



João Luís Argente Coelho

Licenciado em Ciências de Engenharia Mecânica

Avaliação da Alteração do Comportamento Dinâmico por Modificação Estrutural

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Mecânica

Orientador : Tiago Alexandre Narciso da Silva,
Professor Auxiliar Convidado, FCT-UNL

Co-orientador : António Paulo Vale Urgueira,
Professor Associado, FCT-UNL

Júri:

Presidente: Prof. Doutora Marta Isabel Pimenta Verdete da Silva Carvalho

Arguente: Prof. Doutor Hugo Filipe Diniz Policarpo

Vogal: Prof. Doutor Tiago Alexandre Narciso da Silva



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Dezembro, 2016

Avaliação da Alteração do Comportamento Dinâmico por Modificação Estrutural

Copyright © João Luís Argente Coelho, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

À minha avó Rosária

Agradecimentos

Quero agradecer ao meu orientador Professor Tiago Silva e ao meu co-orientador Professor António Urgueira por toda a motivação e apoio necessário em todas as fases do projecto. Fui aluno do Professor Urgueira pelo qual já tinha uma grande admiração e sempre houve um interesse em realizar a Dissertação na sua área, quando o Professor Tiago sugeriu este tema, apesar de um grande interesse também houve uma certa hesitação por não conhecer o seu trabalho como professor ou orientador. Foi um prazer trabalhar com ambos, se tivesse novamente de optar por um tema e orientadores, não hesitaria e repetiria as mesmas escolhas.

Agradeço à Universidade Nova de Lisboa e aos Professores da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa com quem tive a possibilidade de aprender e desenvolver aptidões para este projeto e futuros desafios .

Aos meus familiares que sempre acreditaram e apostaram em mim, sem eles esta etapa não teria sido possível, o seu apoio foi incondicional.

À minha avó Rosária, uma avó especial com uma bondade contagiante, embora não esteja presente fisicamente, continua a ser um exemplo pelos seus valores, determinação e modo peculiar de ver o mundo.

Um agradecimento especial à minha namorada que sempre apoiou todas as minhas decisões e a todos os que de alguma forma contribuíram na realização deste projeto.

Obrigado.

João Luís Argente Coelho

Sexta-feira, 23 de Setembro, 2016

Resumo

O estudo do comportamento dinâmico de uma estrutura que pode ser sujeita a modificações estruturais poderá prevenir o risco de acidentes, o desgaste prematuro ou o mau funcionamento de determinados componentes num equipamento e consequentemente reduzir o custo de manutenção.

Ao longo deste trabalho faz-se a análise, a identificação e a previsão do comportamento dinâmico de uma estrutura que foi sujeita a um conjunto de modificações estruturais requeridas, como a adição de elementos ou a alteração das condições de fronteira. De forma a alcançar os objetivos pretendidos, este trabalho é suportado por um conjunto de dados experimentais que após serem tratados foram analisados, permitindo posteriormente o complemento do trabalho com uma vertente computacional.

A metodologia descrita, além de permitir a identificação de modificações estruturais e o conhecimento do comportamento dinâmico de uma dada estrutura, permite ao longo de um projecto fazer escolhas em relação ao material e geometria de componentes de modo a respeitar requisitos de projecto. Para simular e analisar o comportamento dinâmico da estrutura modificada realizou-se um estudo experimental baseado na análise de vibrações, através de funções de resposta em frequência.

De modo a prever o comportamento dinâmico da estrutura com a adição de novos elementos, foram simuladas computacionalmente as diversas fases experimentais através da elaboração de modelos numéricos. Para tal recorreu-se a um procedimento de optimização onde foram estimadas as propriedades referentes a diversos elementos e dessa forma foi possível obter resultados numéricos idênticos aos experimentais.

PALAVRAS-CHAVE - MODIFICAÇÃO ESTRUTURAL, COMPORTAMENTO DINÂMICO, EXPERIMENTAÇÃO, FUNÇÕES DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA, ANÁLISE DE VIBRAÇÕES, TÉCNICAS DE CORRELAÇÃO.

Abstract

The study of the dynamic behavior of a structure that can be subject to structural changes may reduce the risk of accidents, premature wear or malfunction of certain components in equipment and consequently reduce it's cost of maintenance.

Throughout this project it is made the analysis, identification and behaviour prediction of a structure that was subjected to required structural modifications, such as adding elements or changing boundary conditions. In order to achieve the desired objectives, this study was supported by a set of experimental data, after the experimental data being processed, it is analysed and subsequently allowed a pairing between the computational and experimental work.

The methodology described, besides allowing the identification of structural modifications and the knowledge of the dynamic behaviour of a structure, allows throughout a project to make choices regarding the material and the geometry of components in order to respect project requirements. In the way to simulate and analyse the dynamic behaviour of a modified structure, an experimental study was carried out based on the analysis of vibrations through the frequency response functions.

In order to predict the dynamic behaviour of the structure with the addition of new elements, the several experimental phases were simulated computationally through the elaboration of numerical models. For this, an optimization procedure was used were the properties related to several elements were estimated and in this way it was possible to obtain similar numerical results to the experimental results.

KEYWORDS - STRUCTURAL MODIFICATION, DYNAMIC BEHAVIOR, EXPERIMENTATION, FREQUENCY RESPONSE FUNCTIONS, VIBRATION ANALYSIS, COMPARISON TECHNIQUES.

Índice

Agradecimentos	i
Resumo	iii
Abstract	v
Índice	vii
Lista de Figuras	ix
Lista de Tabelas	xiii
Lista de Abreviaturas	xvii
Nomenclatura	xix
1 Introdução	1
1.1 Enquadramento	1
1.2 Motivação	2
1.3 Objetivos	2
1.4 Estrutura da Dissertação	3
1.5 Contribuições	4
2 Conceitos Fundamentais	7
2.1 Modificação Estrutural	7
2.2 Análise e Previsão do Comportamento Dinâmico	10
2.2.1 Análise Modal	10
2.2.2 Experimentação e Modelação Numérica	10
2.3 Conceitos	12
2.4 Técnicas de Correlação	15
2.4.1 <i>Modal Assurance Criterion</i> (MAC)	15
2.4.2 <i>Normalised Modal Difference</i> (NMD)	16
2.4.3 <i>Cross Signature Assurance Criterion</i> (CSAC)	16
2.4.4 <i>Cross Signature Scale Factor</i> (CSF)	17
2.5 Sinopse	17

3	Análise Experimental	19
3.1	Casos de Estudo e Fases de Ensaio	19
3.2	Equipamento e <i>Software</i> Utilizado	20
3.3	Procedimento Experimental e Resultados	25
3.3.1	Ensaio na Condição Livre-livre	31
3.3.2	Ensaio na Condição de Encastramento	39
3.3.3	Comparação de Parâmetros Modais nos Primeiros Dois Ensaios	48
3.3.4	Ensaio na Condição de Encastramento com Acoplamento de um Bloco à Estrutura	51
3.3.5	Comparação de Parâmetros Modais nos Primeiros Três Ensaios	55
3.3.6	Ensaio na Condição de Encastramento com Colocação de Anilhas entre o Bloco e a Viga	58
3.4	Sinopse	77
4	Modelação Baseada na Experimentação	79
4.1	Procedimento e Considerações	79
4.1.1	Ensaio na Condição Livre-livre	82
4.1.2	Ensaio na Condição de Encastramento	91
4.1.3	Adição de Novos Elementos à Estrutura	97
4.2	Sinopse	105
5	Conclusões e Trabalhos Futuros	107
5.1	Conclusões	107
5.2	Trabalhos Futuros	109
	Bibliografia	110

Lista de Figuras

1.1	Diagrama geral para a estrutura do trabalho desenvolvido.	4
2.1	Comparação e ajuste do modelo numérico ao experimental (Adaptado de [8]).	11
2.2	Sinais no modelo de sistema <i>Single Input Single Output</i> (SISO) - Adaptado de [10]. . .	14
3.1	Representação esquemática da viga (unidades em <i>mm</i>).	22
3.2	Representação esquemática do acelerómetro (unidades em <i>mm</i>).	23
3.3	1º Conjunto de elementos adicionados à estrutura inicial - O bloco está em contacto direto com a viga.	24
3.4	Aparato experimental utilizado no ensaio da viga na condição livre-livre.	26
3.5	Marcação das posições experimentais junto à localização do furo.	28
3.6	Ensaio da viga na condição livre-livre - Posicionamento do acelerómetro.	28
3.7	Valores aceitáveis de coerência - Coerência 1.	29
3.8	Valores não aceitáveis de coerência - Coerência 2.	29
3.9	Valores não aceitáveis de coerência - Coerência 3.	29
3.10	Gráfico de <i>Frequency Response Function</i> (FRF), batida experimental com múltiplos impactos - Valores não aceitáveis.	30
3.11	Gráfico de FRF que poderá representar a 1ª situação ou a 2ª.	30
3.12	Dados obtidos no ensaio da viga na condição livre-livre.	31
3.13	Parte imaginária da FRF obtida na posição experimental 19, no ensaio da viga na condição livre-livre.	32
3.14	Gráfico que corre internamente no algoritmo é utilizado para explicar como se chegou à detecção e identificação de todas as frequências naturais numa posição experimental. . .	32
3.15	Interface gráfica utilizada na identificação de frequências naturais em qualquer posição experimental do ensaio da viga na condição livre-livre.	33
3.16	Modos de vibração obtidos experimentalmente no ensaio da viga na condição livre-livre.	36
3.17	Explicação da detecção dos nodos nos modos de vibração.	37
3.18	Como funciona a função <i>polyxpoly</i> [18].	37
3.19	Detecção dos nodos para o 5º modo de vibração.	38
3.20	Ensaio da viga na condição de encastramento.	40
3.21	Execução do encastramento experimental à pressão desejada e detalhe da ligação do compressor hidráulico ao suporte.	41
3.22	Posicionamento da viga na condição de encastramento experimental.	42
3.23	Explicação do erro na detecção de frequências naturais.	43

LISTA DE FIGURAS

3.24	Modos de vibração obtidos experimentalmente na condição de encastramento.	48
3.25	Interface gráfica - Sobreposição gráfica dos modos de vibração de dois ensaios.	49
3.26	Comparação gráfica dos modos de vibração entre o ensaio da viga na condição livre-livre e de encastramento.	50
3.27	Ensaio da viga na condição de encastramento com bloco acoplado.	52
3.28	3ºEnsaio - O bloco está em contacto direto com a viga.	53
3.29	Modos de vibração obtidos no ensaio da viga na condição de encastramento com acoplamento de um bloco à estrutura.	55
3.30	Interface gráfica - Sobreposição gráfica dos modos de vibração de três ensaios.	56
3.31	Ensaio selecionados são apresentados na command window.	56
3.32	Comparação gráfica dos modos de vibração entre os três primeiros ensaios.	57
3.33	Comparação gráfica dos modos de vibração entre ensaios na condição de encastramento com e sem bloco.	58
3.34	Inserção de anilhas na estrutura, do 4º ao 7º ensaio respectivamente.	59
3.35	Comparação gráfica dos primeiros cinco modos de vibração entre os ensaios em que são utilizadas respectivamente anilhas de aço e de nylon (4º e 5º ensaio).	61
3.36	Parte imaginária correspondente a todas as frequências naturais detectadas nos dois ensaios.	62
3.37	Comparação das FRF de dois ensaios e utilização das técnicas de correlação CSAC e CSF.	63
3.38	Parte imaginária correspondente a todas as frequências naturais detectadas nos ensaios em que se inserem anilhas de aço e uma mistura de anilhas (aço e nylon).	64
3.39	Comparação entre dois ensaios com respostas iguais.	66
3.40	Comparação entre dois ensaios com respostas diferentes.	67
3.41	Comparação entre dois ensaios igualando as dimensões das matrizes modais.	68
3.42	Exemplo da resposta dada pelo MATLAB ao novo algoritmo.	69
3.43	Exemplo de sobreposição de modos que se assemelham comparando A com B.	69
3.44	Exemplo de sobreposição de modos que se assemelham comparando B com A.	70
3.45	Gráfico MAC - Semelhança entre os modos de vibração do ensaio na condição de encastramento e o ensaio com anilhas de aço.	72
3.46	Gráfico MAC - Semelhança entre os modos de vibração do ensaio na condição de encastramento e o ensaio com anilhas de aço e nylon.	73
3.47	Gráfico MAC - Semelhança entre os modos de vibração do ensaio na condição de encastramento e o ensaio com anilhas de nylon e aço.	74
3.48	Gráfico MAC - Semelhança entre os modos de vibração do ensaio na condição de encastramento e o ensaio com anilhas de nylon e aço.	75

3.49	Sobreposição dos modos de vibração que se assemelham entre o ensaio na condição de encastramento com anilhas de nylon e o ensaio na condição de encastramento com anilhas de aço - Utilização da técnica de correlação MAC.	76
4.1	Sobreposição dos modos de vibração experimentais na condição livre-livre com os modos do modelo numérico inicial.	86
4.2	Ensaio na condição de encastramento - Referência às deslocções em x , y e θ	87
4.3	Sobreposição dos modos de vibração obtidos experimentalmente na condição livre-livre com os modos do modelo.	90
4.4	Início do encastramento experimental na posição 30.	91
4.5	Representação de molas linear e torcional restringindo apenas um dos nós do encastramento.	92
4.6	Matriz adicionada à matriz de rigidez global para modelar as condições fronteira do ensaio.	92
4.7	Intervalos iniciais utilizados para obter K_l^* e K_t^*	93
4.8	Ajuste de intervalos nas iterações seguintes.	94
4.9	Nós do modelo numérico que representam o contacto entre o bloco e a viga.	98
4.10	Três valores de I com uma margem de 10% em relação a I_2	99
4.11	Nós do modelo numérico que representam o contacto entre as anilhas e o bloco.	100

Lista de Tabelas

3.1	Descrição da viga utilizada.	21
3.2	Descrição do acelerómetro utilizado	22
3.3	Descrição do bloco.	23
3.4	Descrição das anilhas.	24
3.5	Descrição do 1º conjunto de elementos adicionados à estrutura inicial	24
3.6	Descrição de medidas calculadas e dos erros de leitura associados.	25
3.7	Distância das posições experimentais à extremidade da viga.	27
3.8	Frequências naturais detectadas em cada posição experimental no ensaio da viga na condição livre-livre.	33
3.9	Modos de vibração obtidos experimentalmente através da parte imaginária das FRF de cada posição estudada no ensaio da viga na condição livre-livre.	35
3.10	Localização dos nodos no ensaio da viga na condição livre-livre.	39
3.11	Frequências naturais detectadas nas posições 14, 15 e 16 no ensaio da viga na condição de encastramento.	44
3.12	Intervalos onde se localizam as frequências naturais do ensaio.	44
3.13	Distribuição das frequências naturais detectadas por intervalos - Ensaio da viga na condição de encastramento.	45
3.14	Frequências naturais obtidas no ensaio da viga na condição de encastramento.	46
3.15	Modos de vibração obtidos experimentalmente no ensaio da viga na condição de encastramento.	47
3.16	Comparação das frequências naturais entre os dois primeiros ensaios.	48
3.17	Frequências naturais obtidas no 3º ensaio, na condição de encastramento com acoplamento de um bloco à estrutura.	53
3.18	Modos de vibração obtidos no ensaio da viga na condição de encastramento com acoplamento de um bloco à estrutura.	54
3.19	Comparação das frequências naturais entre os três primeiros ensaios.	55
3.20	Comparação das frequências naturais entre ensaios que possuem elementos acoplados à estrutura inicial.	60
3.21	Modos de vibração a comparar entre ensaios - Detecção visual.	65
3.22	Frequências naturais obtidas nos ensaios realizados.	71
4.1	Nós do modelo correspondentes às posições experimentais.	83
4.2	Comparação entre as frequências naturais obtidas experimentalmente na condição livre-livre com as frequências naturais obtidas inicialmente no modelo.	84

LISTA DE TABELAS

4.3	Comparação da distância dos nodos à extremidade da viga no ensaio experimental na condição livre-livre em relação ao modelo inicial.	85
4.4	Verificação do efeito da massa do acelerómetro no modelo numérico através da comparação dos modos de vibrações experimentais com os modelos desenvolvidos.	88
4.5	Distância dos nodos à extremidade da viga, obtidas experimentalmente na condição livre-livre em comparação com as distâncias obtidas no modelo.	89
4.6	Comparação das frequências naturais obtidas experimentalmente em relação às obtidas no modelo com $K_l = 10 \times 10^{10} N/mm$ e $K_t = 10 \times 10^{10} N/mm$	93
4.7	Iterações executadas.	95
4.8	Frequências naturais experimentais em comparação com as frequências naturais obtidas para K_l^* e K_t^*	95
4.9	Comparação das frequências naturais entre o modelo numérico que estima as propriedades do encastramento e o modelo que considera o encastramento puro.	96
4.10	Comparação dos modos de vibração entre o modelo numérico que estima as propriedades do encastramento e o modelo que considera o encastramento puro.	96
4.11	Comparação das frequências naturais entre o ensaio experimental 3 e o modelo numérico do ensaio 2.	97
4.12	Iterações executadas com o objectivo de estimar o 2º momento de área no ensaio de acoplamento do bloco à viga.	99
4.13	Erros relativos em relação às frequências naturais obtidas para o melhor valor de I no modelo numérico que adiciona o bloco à estrutura.	100
4.14	Erros relativos em relação às frequências naturais obtidas para o melhor valor de I no modelo numérico que introduz as anilhas de aço.	101
4.15	Erros relativos em relação às frequências naturais obtidas para o melhor valor de I no modelo numérico que introduz as anilhas de aço - Critério das duas e das três melhores frequências naturais.	101
4.16	Erros relativos em relação às frequências naturais obtidas para o melhor valor de I no modelo numérico que introduz as anilhas de aço - Utilização dos três critérios.	102
4.17	Erros relativos em relação às frequências naturais obtidas para o melhor valor de I no modelo numérico que introduz as anilhas de aço e nylon - Utilização dos três critérios.	103
4.18	Erros relativos em relação às frequências naturais obtidas para o melhor valor de I no modelo numérico que introduz as anilhas de aço e nylon - Utilização dos três critérios para os modos de vibração que se correspondem.	103
4.19	Erros relativos em relação às frequências naturais obtidas para o melhor valor de I no modelo numérico que introduz as anilhas de nylon e aço - Utilização dos três critérios.	104

4.20	Erros relativos em relação às frequências naturais obtidas para o melhor valor de I no modelo numérico que introduz as anilhas de nylon e aço - Utilização dos três critérios para os modos de vibração que se correspondem.	104
------	--	-----

Lista de Abreviaturas

DEMI Departamento de Engenharia Mecânica e Industrial

FCT Faculdade de Ciências e Tecnologia

UNL Universidade Nova de Lisboa

FRF *Frequency Response Function*

FEM *Finite Element Method*

MAC *Modal Assurance Criterion*

NMD *Normalised Modal Difference*

MSF *Modal Scale Factor*

VMR Vibrações Mecânicas e Ruído

MEEM Métodos Experimentais em Engenharia Mecânica

MCEM Métodos Computacionais em Engenharia Mecânica

CSAC *Cross Signature Assurance Criterion*

CSF *Cross Signature Scale Factor*

SISO *Single Input Single Output*

EF Elementos Finitos

SIMO *Single Input Multiple Output*

MISO *Multiple Input Single Output*

MIMO *Multiple Input Multiple Output*

SDM *Structural Dynamic Modification*

Nomenclatura

X	Sinal de entrada
Y	Sinal de saída
$[K]$	Matriz de rigidez
$[M]$	Matriz de massa
ω	Frequência angular
ω_n	Frequência natural
ω_r	Frequência angular para o modo de vibração r
$[\phi]$	Matriz de vetores modais [U+FFFD] matriz de massa normalizados
$\{\phi\}_r$	Vector da matriz modal normalizada [U+FFFD] matriz de massa para o modo de vibração r
i, j, q, N	Índice geral
$\alpha(w)$	Acelerância
$H(\omega)$	Receptância
$\{X\}$	Vector deslocamento
$\{F\}$	Vector força de excitação
$U(\omega)$	Sinal de entrada
$F(\omega)$	Espectro da entrada medida
$M(\omega)$	Espectro da entrada
$N(\omega)$	Espectro da saída
$X(\omega)$	Espectro da saída medida
$\{\phi_X\}$	Vector próprio correspondente a um modo de vibração experimental
$\{\phi_A\}$	Vector próprio correspondente a um modo de vibração numérico
γ	Factor de escala de um modo de vibração numérico
T	Matriz transformação
$ \quad $	Módulo em valor absoluto
$\ \quad\ _2$	Norma euclideana
H_X	Matriz FRF da experimentação
H_A	Matriz FRF obtida numericamente
A_t	Área de secção transversal
E	Módulo de Young
E_a	Módulo de Young do aço
E_n	Módulo de Young do nylon
I	2º Momento de área
t	Tempo

ρ	Massa Volúmica
J_{θ}	Momento Polar de Inércia
ϕ_{int}	Diâmetro interno
ϕ_{ext}	Diâmetro externo
K_l	Constante de rigidez de uma mola linear
K_t	Constante de rigidez de uma mola torcional
$[M_l]$	Matriz de massa local
$[K_l]$	Matriz de rigidez local
$[T]$	Matriz de transformação de coordenadas locais em coordenadas globais
$[K_g]$	Matriz de rigidez dos elementos no referencial global
$[M_g]$	Matriz de massa dos elementos no referencial global
$[I]$	Matriz identidade
$[A]$	Matriz quadrada
λ	Valor próprio
$\{X\}$	Vector próprio
\ddot{x}	Aceleração
\dot{x}	Velocidade
x	Deslocamento
$J_{PolarCubo}$	Momento polar de inércia do cubo
m_{Cubo}	Massa do cubo
$Aresta_{Cubo}$	Comprimento da aresta do cubo
d_{CM}	Distância ao centro de massa

CAPÍTULO 1

Introdução

1.1	Enquadramento	1
1.2	Motivação	2
1.3	Objetivos	2
1.4	Estrutura da Dissertação	3
1.5	Contribuições	4

Ao longo deste capítulo será enquadrada a necessidade que existe em prever o comportamento dinâmico de estruturas e referidos quais os motivos e objetivos que levaram à pesquisa e desenvolvimento presente nesta dissertação de mestrado, assim como as contribuições deste trabalho.

1.1 Enquadramento

A modificação estrutural é uma área de investigação que se desenvolveu e evoluiu com a implementação de várias técnicas e com o auxílio de métodos computacionais, proporcionando um progresso na indústria. Esta área tem como finalidade a alteração das características dinâmicas de uma estrutura e o surgimento de diversas metodologias e técnicas que se enquadram nesta temática têm permitido solucionar problemas na área da engenharia.

Hoje em dia pode afirmar-se que a análise estrutural tem benefícios bastante relevantes na detecção de modificações estruturais [1]. Esta análise baseia-se na caracterização do comportamento dinâmico de uma estrutura que pode ser representado por parâmetros como as frequências naturais e respetivos modos de vibração, sendo possível manusear estes parâmetros através da alteração de propriedades materiais e modificações geométricas.

O desenvolvimento da análise modal mudou a indústria e o modo como os projetos de infraestruturas são executados está a evoluir cada vez mais. Esta análise permite testar computacionalmente

e ter uma maior sensibilidade para o comportamento dinâmico das estruturas e fatores que o condicionam. A capacidade de fazer simulações com facilidade e qualidade, evitando a utilização e criação de protótipos físicos, torna possível produzir um projecto com maior rapidez, ajuda a evitar erros e proporciona um menor custo de concepção e produção. Prevê-se que a análise modal continue a evoluir e a revolucionar a indústria.

1.2 Motivação

Para o desenvolvimento deste projecto no âmbito da unidade curricular da Dissertação de Mestrado teve-se como motivação pessoal o interesse pelas áreas de Vibrações Mecânicas e Ruído (VMR), Métodos Experimentais em Engenharia Mecânica (MEEM), Métodos Computacionais em Engenharia Mecânica (MCEM) e também a necessidade de prever comportamentos dinâmicos derivados de modificações estruturais que poderão ter aplicabilidade por exemplo na alocação de propriedades modais e na supressão de vibrações. Na execução deste trabalho serviram de motivação dois artigos de John E. Mottershead elaborados em conjunto com outros autores [2, 3] e a tese de doutoramento [4].

Este trabalho terá uma vertente teórica com base na modelação numérica e outra experimental, estas duas vertentes irão complementar-se e será possível recolher resultados e conclusões desta simbiose. Pretende-se com este projeto adquirir um conhecimento mais aprofundado sobre a dinâmica estrutural, de modo a conseguir interpretar e pôr em prática os objectivos apresentados na secção 1.3.

1.3 Objetivos

Esta Dissertação de Mestrado tem como objectivo estudar e avaliar o impacto de modificações estruturais na resposta dinâmica de estruturas e desenvolver modelos numéricos cujas respostas tenham uma boa correlação com a respostas experimentais. Para tal pretende-se:

- Estudar experimentalmente no Laboratório de Mecânica Estrutural do Departamento de Engenharia Mecânica e Industrial (DEMI), da Faculdade de Ciências e Tecnologia (FCT), da Universidade Nova de Lisboa (UNL), o comportamento dinâmico de uma estrutura;
- Propor modificações estruturais como a adição de elementos, tais como um bloco e anilhas de materiais distintos. Estas modificações serão estudadas através de *Frequency Response Function* (FRF) e técnicas de correlação;
- Desenvolver uma interface gráfica que possibilite consultar toda a informação experimental e compare os resultados dos ensaios com recurso a técnicas de correlação;
- Com base na análise modal conhecer a resposta dos ensaios em diversas condições;

- Identificação dos parâmetros dos modelos numéricos com base nas respostas experimentais com metodologias de optimização.

De forma a atingir estes objetivos, a componente experimental foi apoiada pela utilização e desenvolvimento de algoritmos de modo a realizar o trabalho com maior rapidez e menor probabilidade de erro.

1.4 Estrutura da Dissertação

O trabalho desenvolvido é apresentado em cinco capítulos. O primeiro capítulo é focado numa descrição geral do que se pretende com este projecto, o porquê da escolha deste tema e qual a utilidade do seu desenvolvimento. De forma a esclarecer os conceitos e as técnicas em que se baseou este projecto foi desenvolvido o capítulo 2, servindo como guia para a fundamentação teórica. O capítulo 3 e 4 descrevem respectivamente a componente experimental e computacional deste projecto: como foram obtidos os resultados; que técnicas foram utilizadas; e as respectivas análises ao longo de todo o procedimento. O documento finaliza no capítulo 5 onde são indicadas as conclusões, que contribuições acarreta este projecto e que trabalhos futuros poderão ser propostos.

No diagrama da fig.1.1 pode observar-se como foram estruturadas e interligadas as várias matérias abordadas nesta dissertação, este diagrama ou metodologia foi inspirado nos diagramas de *Combined testing and analysis techniques* do artigo [5].

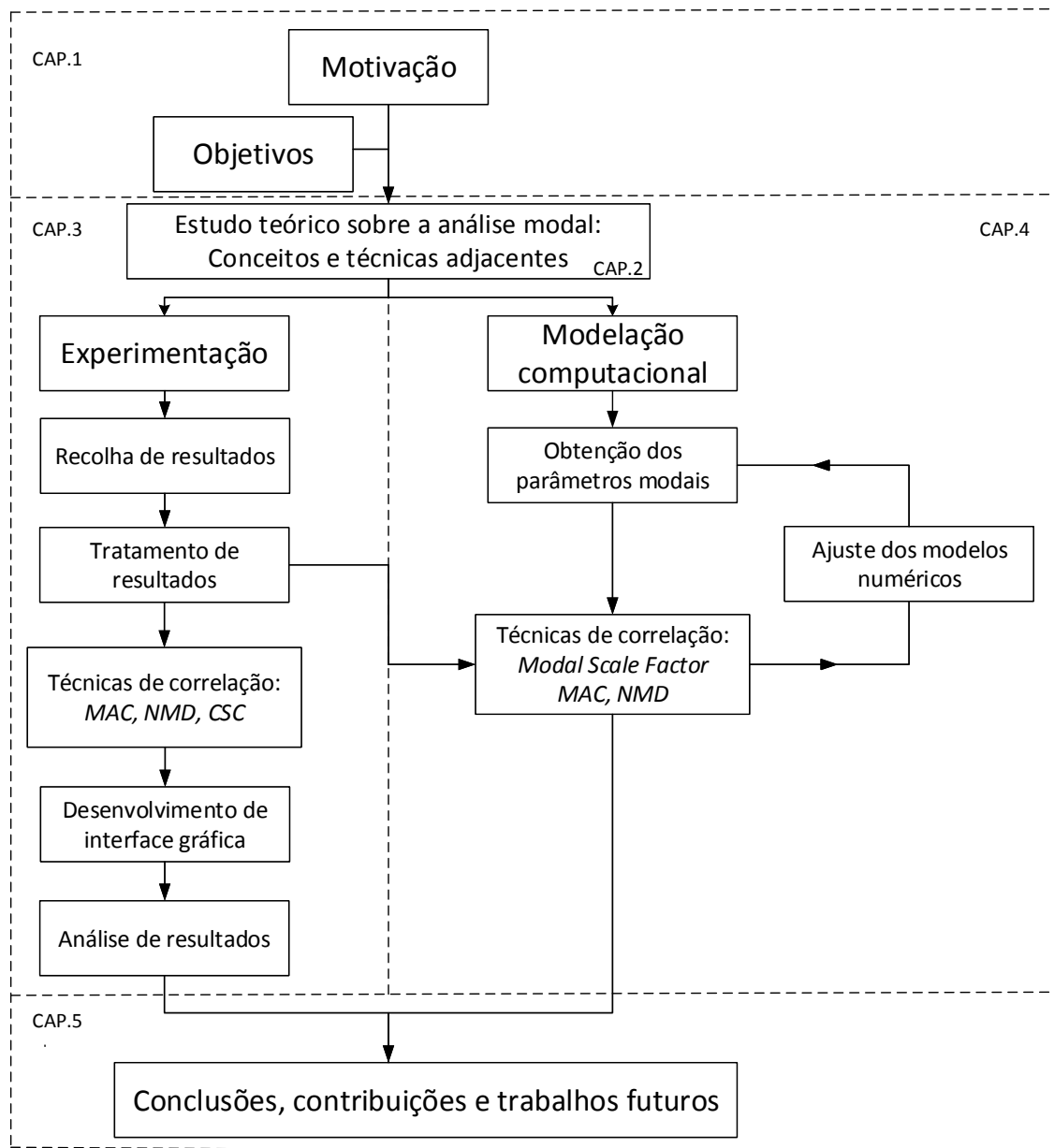


Figure 1.1: Diagrama geral para a estrutura do trabalho desenvolvido.

1.5 Contribuições

O desenvolvimento deste projeto permitirá que colegas do DEMI da FCT-UNL e profissionais ligados à área da modificação estrutural e análise modal consigam de forma expedita através dos algoritmos propostos, consultar e obter resultados experimentais recorrendo ao *MATLAB* ou *softwares* similares. Poderão não só comparar frequências naturais e modos de vibração de diversos ensaios experimentais de forma mais rápida e organizada como também desenvolver numericamente modelos que se aproximem

desses ensaios, evitando assim a concepção de novos protótipos para o caso de estudo. Sendo a sua principal contribuição a metodologia ou sistematização de processos com vista à comparação ou fusão dos resultados numéricos e experimentais.

CAPÍTULO 2

Conceitos Fundamentais

2.1	Modificação Estrutural	7
2.2	Análise e Previsão do Comportamento Dinâmico	10
2.2.1	Análise Modal	10
2.2.2	Experimentação e Modelação Numérica	10
2.3	Conceitos	12
2.4	Técnicas de Correlação	15
2.4.1	<i>Modal Assurance Criterion</i> (MAC)	15
2.4.2	<i>Normalised Modal Difference</i> (NMD)	16
2.4.3	<i>Cross Signature Assurance Criterion</i> (CSAC)	16
2.4.4	<i>Cross Signature Scale Factor</i> (CSF)	17
2.5	Sinopse	17

Neste capítulo serão abordados os conceitos e as técnicas de correlação mais relevantes na execução deste projecto, tendo como objectivo facilitar a compreensão do restante documento.

2.1 Modificação Estrutural

A modificação estrutural estuda a relação entre as propriedades modais e as propriedades espaciais de uma estrutura e pode ser utilizada como uma técnica de resolução de problemas em estruturas com o objetivo de modificar propriedades físicas, de modo a alterar ou otimizar as suas características dinâmicas. As características dinâmicas de uma estrutura são geralmente referidas como frequências naturais e modos de vibração, ou propriedades modais, que são determinadas pela sua massa, rigidez e distribuições do amortecimento. As propriedades descritas por essas distribuições são frequentemente chamadas de propriedades espaciais da estrutura e geralmente quantificadas por um modelo

matemático, tal como um modelo de Elementos Finitos (EF) como pode verificar-se no artigo [6]. O modelo EF traduz fisicamente as propriedades da estrutura, tais como a sua dimensão geometria e propriedades do material, da massa e rigidez distribuídas [7].

Segundo Jimin He [7] há duas razões principais para a existência de modificação estrutural. A primeira baseia-se na existência de estruturas que apresentam características dinâmicas insatisfatórias pelo facto de ser comum os engenheiros de projeto considerarem o carregamento estático e de equilíbrio ao projectar uma estrutura ou componente apesar de eventualmente estar a trabalhar num ambiente com carregamento dinâmico. Uma resposta dinâmica é geralmente muitas vezes superior à estática devido a concentrações de tensão dinâmica excessiva, ofuscando qualquer concentração de tensão estática. O segundo argumento baseia-se na importância do desenvolvimento de uma estrutura que devido ao ambiente de trabalho dinâmico precisa satisfazer alguns critérios definidos, tais como o evitar ressonâncias de vibração. Em muitos casos práticos a modificação estrutural tem vários objectivos, sendo o mais comum a de alteração de uma frequência natural de uma estrutura de modo a que a frequência de excitação possa ser evitada impedido a vibração excessiva.

A formulação inicial relativa à modificação estrutural, proveio de uma abordagem realizada por Rayleigh em 1945 [7] baseada numa aproximação da matriz de perturbação para derivar uma solução aproximada para as propriedades modais da estrutura modificada. Rayleigh [7] verificou que um aumento na massa de qualquer parte de um sistema de vibração é acompanhado por um prolongamento de todos os períodos naturais, sendo aplicação prática desta abordagem de perturbação desenvolvida na década de 1970 e 1980 por investigadores. A abordagem analítica da modificação estrutural iniciou-se em 1960, os modelos baseados na massa e rigidez ainda padeciam da ausência de graus de liberdade de rotação. Weissenburger em 1968 [7] estudou a modificação estrutural local a partir das características de massa e rigidez de uma estrutura, formulou uma relação entre uma massa concentrada e alteração de rigidez de um sistema dinâmico linear não amortecido e as alterações das características dinâmicas. Pomazal e Snyder mais tarde em 1971 analisaram o efeito da adição de molas e amortecedores para um sistema linear amortecido. A partir de 1956, 1995 e 1979, os absorsores dinâmicos foram estudados respectivamente por Den Hartog, Timoshenko e Hunt, envolvendo esse estudo a adição de graus de liberdade a uma estrutura com o intuito de dissipar energia, em vez de optar pela modificação das suas distribuições de massa e rigidez [7].

A análise de sensibilidade tem sido uma ferramenta útil para a modificação estrutural, a sensibilidade das propriedades modais de uma estrutura em relação às suas propriedades físicas foram desenvolvidas por muitos investigadores na últimas três décadas. Em 1993 Bucher e Braun utilizaram a FRF e em 1995 He e Li com a utilização apenas das FRF para modificar os graus de liberdade, melhoraram a análise modal através do desenvolvimento da sua técnica que permite estudar a realocação de um anti-ressonância de uma estrutura e de um cancelamento de ressonância com uma anti-ressonância para uma dada FRF [7].

Uma estrutura dinâmica pode modelar-se através da utilização de um modelo espacial que ao

excluir o amortecimento, utilizando um sistema dinâmico linear pode resolver-se o problema de valores e vectores próprios pela eq. de valores próprios 2.1, onde M representa a matriz de massa, K a matriz rigidez e r o modo de vibração [7].

$$([K] - \omega_r^2[M])\{\phi\}_r = \{0\} \quad (2.1)$$

A matriz de rigidez e de massa também estão ligadas à FRF pela eq.2.2 [7].

$$([K] - \omega^2[M])^{-1} = [\alpha(\omega)] \quad (2.2)$$

Cada FRF pode ser obtida matematicamente pelas eq.2.3 ou 2.4 [7].

$$\alpha_{ij}(\omega) = (-1)^{i+j} \frac{\det([K]_{ij} - \omega^2[M]_{ij})}{\det([K] - \omega^2[M])} \quad (2.3)$$

$$\alpha_{ij}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{\phi_{ir}\phi_{jr}}{\omega_r^2 - \omega^2} \quad (2.4)$$

Pode verificar-se pelas frequências naturais obtidas através das FRF de um sistema que à medida que a rigidez global aumenta e a massa não altera, todas as frequências naturais aumentam e todas as ressonâncias visíveis na FRF movimentam-se para a direita. As frequências naturais, a massa e a rigidez estão inter-ligadas como mostra a eq.2.5 por analogia com um sistema de um grau de liberdade, para uma frequência natural ω_n não amortecida [8].

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{M}} \quad (2.5)$$

2.2 Análise e Previsão do Comportamento Dinâmico

A análise de vibrações é fundamental no estudo do comportamento dinâmico de uma estrutura. A avaliação de modificações estruturais é uma das suas aplicações, permitindo o controlo e auxílio na previsão de fenómenos vibratórios. O investimento na manutenção preditiva tal como refere o artigo [9] geralmente representa um retorno na indústria, não só a nível de custos de manutenção como também em melhorias que podem ser realizadas num equipamento. O conhecimento adquirido com o estudo do comportamento dinâmico poderá ser utilizado no desenvolvimento de novos produtos, mais fiáveis e com maior robustez ao desgaste.

2.2.1 Análise Modal

A análise modal é um processo de análise das propriedades dinâmicas de uma estrutura através da determinação das suas frequências naturais, modos de vibração e amortecimento. Estas características também designadas por parâmetros modais são utilizadas de forma a obter um modelo matemático/modal que represente o comportamento dinâmico da estrutura em estudo. A análise modal baseia-se no facto da resposta de vibração de um sistema dinâmico poder expressar-se como a combinação linear de um conjunto de movimentos harmónicos simples designados por modos de vibração naturais que ocorrem nas respetivas frequências naturais [10].

A frequência natural é directamente proporcional à rigidez e inversamente proporcional à massa da estrutura considerando-se geralmente a primeira frequência natural a mais importante devido à envolvimento de uma maior quantidade de energia na sua ação [10]. Associada a cada frequência natural existe um modo de vibração específico que representa a forma como a estrutura se deforma dinamicamente. Os modos de vibração podem provocar o incorrecto funcionamento de sistemas mecânicos ou componentes resultando por vezes em situações de perigo para os utilizadores [10].

2.2.2 Experimentação e Modelação Numérica

A análise modal na experimentação apresenta como uma das suas principais vantagens o facto de ser uma análise não destrutiva obtendo resultados fiáveis. As informações recolhidas nesta análise experimental são úteis não só pelos resultados fiáveis que apresentam mas também por servirem como complemento à modelação numérica. A análise modal experimental permite afinar modelos numéricos através do *Finite Element Method* (FEM) tornando possível determinar com detalhe as propriedades da estrutura em estudo, avaliar o seu comportamento dinâmico e qual a influência da variação dessas propriedades na estrutura.

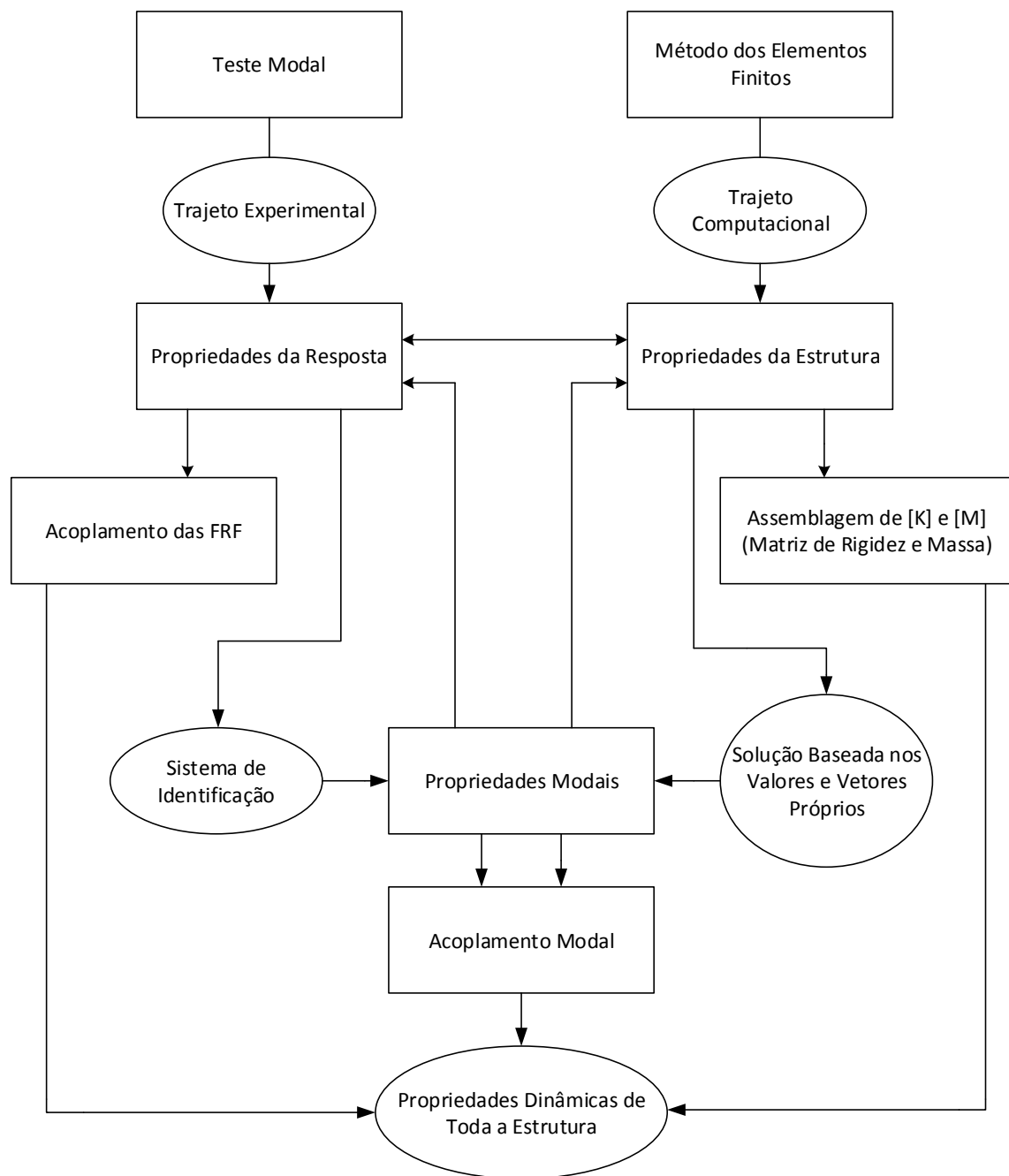


Figura 2.1: Comparação e ajuste do modelo numérico ao experimental (Adaptado de [8]).

Como pode observar-se na fig.2.1, é executado o cruzamento do trajeto experimental com o computacional através do acoplamento das *FRF* e da assemblagem numérica da matriz de rigidez e massa de forma a adquirir-se as propriedades dinâmicas da estrutura em estudo.

2.3 Conceitos

A FRF é uma representação matemática entre o *input* e *output* de um sistema. Pode obter-se por exemplo através da colocação de um acelerómetro piezoeléctrico numa dada posição da estrutura e da excitação obtida por um martelo instrumentado numa outra posição da estrutura, a excitação também pode ser produzida por um *shaker* (excitador electromecânico). O livro [8] explica que a fórmula da FRF baseia-se na eq.2.6, sendo que num determinado domínio de frequência, Y designa-se como sinal de saída e X como sinal de entrada.

$$\text{Função de resposta em frequência} = \frac{Y}{X} \quad (2.6)$$

O acelerómetro (com célula de carga) ao medir a força de excitação exercida pelo martelo instrumentado em relação à aceleração consequente dessa excitação, representa uma função de resposta em frequência denominada por *acelerância* ou *inertância*, eq.2.7 [8].

$$\text{Acelerância} = \frac{\text{Aceleração}}{\text{Força de excitação}} \quad (2.7)$$

Outra forma alternativa de representar a FRF é a *receptância* [11, 12], relaciona o deslocamento da estrutura com a força exercida pelo martelo instrumentado como mostra a eq.2.8 [8].

$$\text{Receptância} = \frac{\text{Deslocamento}}{\text{Força de excitação}} \quad (2.8)$$

Sabendo-se que a equação de movimento de um sistema pode obter-se segundo a eq.2.9 [8].

$$([K] - \omega^2[M])\{X\} = \{F\} \quad (2.9)$$

Como,

$$\frac{\{X\}}{\{F\}} = ([K] - \omega^2[M])^{-1} = H(\omega)^{-1} \quad (2.10)$$

E,

$$\alpha(\omega) = \frac{\{\ddot{X}(\omega)\}}{\{F(\omega)\}} = -\omega^2 \frac{\{X(\omega)\}}{\{F(\omega)\}} \quad (2.11)$$

Pode obter-se a receptância através da aceleração pela eq.2.12.

$$H(\omega) = \frac{\alpha(\omega)}{-\omega^2} \quad (2.12)$$

O acelerómetro piezoeléctrico é utilizado na medição de vibrações mecânicas e no reporte da condição dos equipamentos. Ao detectar as vibrações mecânicas, o acelerómetro converte-as numa sinal eléctrico, esta tarefa é desempenhada pelos transdutores de aceleração, o princípio de funcionamento baseia-se nos cristais piezoeléctricos que ao serem sujeitos à compressão geram um reduzido sinal eléctrico proporcional à aceleração.

Tem como vantagem o facto de ser auto-gerador, o facto de não necessitar de uma fonte externa de energia permite enviar o sinal eléctrico a grandes distâncias por cabo e trabalhar a altas temperaturas. Os acelerómetros piezoeléctricos são robustos, estanques, pouco sensíveis a vibrações laterais, transversais e a campos magnéticos, tornando-se especialmente apropriados para trabalhar em locais fabris. A sua versatilidade de aplicação torna-o um dos sensores mais utilizados na medição e análise de vibrações.

O martelo instrumentado ou de impacto é utilizado como transdutor de força, através da cabeça de impedância existente na extremidade do martelo na forma de borracha, nylon ou aço (a ponta é escolhida consoante a rigidez do material em análise), possibilitando transformar a transformação de energia mecânica do impacto num sinal eléctrico. As FRF obtêm-se apenas com a utilização simultânea e adequada do martelo instrumentado com o acelerómetro piezoeléctrico.

Na análise modal experimental existem diversas técnicas consoante o número de *inputs* e *outputs*, tais como o MIMO (*Multi Input Multi Output*), *Single Input Single Output* (SISO), SIMO (*Single Input Multi Output*) e o MISO (*Multi Input Single Output*). Ao longo deste projecto recorreu-se ao método de identificação dos parâmetros modais que analisa uma só função de resposta em frequência, o método SISO. Para exercer o método SISO é necessário um transmissor e receptor de sinal tais como os equipamentos referidos anteriormente, o martelo instrumentado e o acelerómetro. Na fig.2.2 pode observar-se o modelo de sistema SISO.

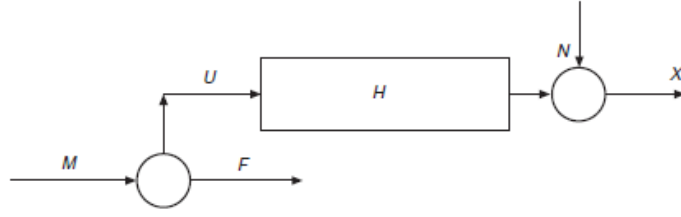


Figura 2.2: Sinais no modelo de sistema SISO - Adaptado de [10].

O modelo SISO da fig.2.2 é constituído pelos seguintes sinais:

U: Sinal de entrada, $U(\omega) = F(\omega) - M(\omega)$.

M: Espectro de entrada, $M(\omega)$.

F: Espectro da entrada medida, $F(\omega)$.

H: Função de resposta em frequência, $\alpha(\omega)$.

N: Espectro de saída, $N(\omega)$.

X: Espectro da saída medida, $X(\omega)$.

Os sinais do modelo SISO relacionam-se da seguinte forma:

$$X(\omega) - N(\omega) = H(\omega)(F(\omega) - M(\omega)) \quad (2.13)$$

Representando $X(\omega) - N(\omega)$ o vector das amplitudes de vibração de saída.

A ressonância, como pode entender-se do livro de Jimin He e Zhi Fu [10], ocorre num equipamento ou sistema físico capaz de oscilar quando recebe energia através de uma série periódica de impulsos e atinge uma frequência igual a uma das suas frequências naturais de vibração. Quando este fenómeno ocorre a energia do sistema aumenta e o sistema adquire vibrações com amplitudes cada vez maiores.

A ressonância ao ocorrer num equipamento pode trazer consequências graves, tais como o seu mau funcionamento, o aumento da fadiga, a redução do seu tempo útil de utilização, custos de manutenção, redução do conforto e aumento do ruído sonoro e perigos laborais associados.

A coerência ou função de coerência é utilizada como uma ferramenta de avaliação da qualidade dos dados (aquisição de FRF), identifica o modo como a maior parte do sinal de saída está relacionada com o sinal de entrada medido [13, 14]. No cap.3 referente a todo o procedimental experimental, com

o objectivo de tornar válidos os resultados descreveu-se pormenorizadamente como poderá ser aplicada esta técnica.

O *Modal Scale Factor* (MSF) é uma ferramenta que permite alterar a escala dos modos de vibrações e realizar uma comparação entre o modelo numérico e a experimentação como indicado no livro [8]. Por norma o MSF obtém os factores de escala com o objetivo de alterar respectivamente cada modo do modelo numérico possibilitando a sobreposição gráfica destes modos com os modos de vibração experimentais para uma análise adequada. Ao longo do projecto esta ferramenta tornou-se fundamental, permitiu confirmar a veracidade dos resultados sem recorrer a constantes de forma empírica.

$$\gamma = MSF(\{\phi_X\}, \{\phi_A\}) = \frac{|\{\phi_X\}^T \{\phi_A^*\}|}{\{\phi_A\}^T \{\phi_A^*\}} \quad (2.14)$$

Onde,

$\{\phi_X\}$: Vector próprio correspondente a um modo de vibração experimental.

$\{\phi_A\}$: Vector próprio correspondente a um modo de vibração numérico.

γ : Factor de escala de um modo de vibração numérico.

2.4 Técnicas de Correlação

As técnicas de correlação como o MAC, NMD, CSAC, CSF, são utilizadas no domínio modal e geralmente com o objectivo de determinar o quanto próximo está o modelo numérico em relação à experimentação, também são utilizadas na comparação de dois ensaios experimentais e entre modelos numéricos.

2.4.1 MAC

O *Modal Assurance Criterion* é das técnicas de correlação mais utilizadas na análise modal por apresentar resultados fiáveis, sendo referida nos vários artigos abordados e nos livros [8, 10].

$$MAC(\{\phi_X\}_i, \{\phi_A\}_j) = \frac{|\{\phi_X\}_i^T \{\phi_A^*\}_j|^2}{(\{\phi_X\}_i^T \{\phi_X^*\}_i)(\{\phi_A\}_j^T \{\phi_A^*\}_j)} \quad (2.15)$$

Em resultado da sua aplicação, o MAC irá emitir uma matriz cuja diagonal terá uma dimensão correspondente ao número de frequências naturais ou modos de vibração a comparar. Cada elemento da diagonal é representado por um valor entre 0 e 1, quando o elemento apresenta valores muito próximos de 1, está-se perante uma comparação em que os dois modos de vibração $\{\phi_X\}$ e $\{\phi_A\}$ são muito semelhantes.

2.4.2 NMD

Normalised Modal Difference é uma outra técnica de correlação que permite comparar os modos de vibração tal como o MAC e pode ser utilizada através do MSF e MAC como mostra a eq.2.16 e eq.2.17 que podem ser consultadas em [8]. Os resultados apresentados por NMD permitem uma leitura mais acessível quando são comparados modos de vibração muito semelhantes. Um resultado de 0.1 para a comparação de qualquer um dos modos de vibração nesta técnica corresponde a um erro de 10%.

$$NMD(\{\phi_X\}, \{\phi_A\}) = \frac{\|\{\phi_X\} - \gamma\{\phi_A\}\|_2}{\|\gamma\{\phi_A\}\|_2} \quad (2.16)$$

$$NMD = \frac{\sqrt{1 - MAC}}{MAC} \quad (2.17)$$

2.4.3 CSAC

Como pode verificar-se no artigo [15], as técnicas CSAC e CSF utilizam as FRF de dois ensaios para comparação. A técnica CSAC avalia ao longo da sua gama de frequência as variações de frequência que ocorrem devido à variação massa e rigidez da estrutura. Os valores do critério de correlação variam entre 0 e 1 tal como o MAC.

$$CSAC(w_i)_q = \frac{|H_X(w_i)_q^H H_A(w_i)_q|^2}{(H_X(w_i)_q^H H_X(w_i)_q)(H_A(w_i)_q^H H_A(w_i)_q)} \quad (2.18)$$

2.4.4 CSF

A técnica CSAC expressa pela eq.2.18 é insensível às variações de amplitude ao contrário da técnica de correlação CSF (eq.2.19). A técnica CSF através das FRF de dois ensaios avalia e identifica em que gama de frequência essas variações de amplitude ocorrem, sendo estas variações sensíveis ao amortecimento. Para CSF=1 significa a não ocorrência de variação de amplitude entre os dois ensaios para a frequência em análise.

$$CSF(w_i)_q = \frac{2|H_X(w_i)_q^H H_A(w_i)_q|}{H_X(w_i)_q^H H_X(w_i)_q + H_A(w_i)_q^H H_A(w_i)_q} \quad (2.19)$$

2.5 Sinopse

Os conceitos expressos neste capítulo são fundamentais na elaboração dos restantes capítulos, tal como os livros [16, 17] são referências bibliográficas fundamentais para assimilar melhor esta temática. As técnicas de correlação apresentadas permitirem uma comparação dos resultados obtidos no capítulo 3 em relação aos obtidos no capítulo 4, sendo estes capítulos respectivamente referentes à experimentação e ao desenvolvimento de modelos numéricos baseados no FEM.

CAPÍTULO 3

Análise Experimental

3.1	Casos de Estudo e Fases de Ensaio	19
3.2	Equipamento e <i>Software</i> Utilizado	20
3.3	Procedimento Experimental e Resultados	25
3.3.1	Ensaio na Condição Livre-livre	31
3.3.2	Ensaio na Condição de Encastramento	39
3.3.3	Comparação de Parâmetros Modais nos Primeiros Dois Ensaios	48
3.3.4	Ensaio na Condição de Encastramento com Acoplamento de um Bloco à Estrutura	51
3.3.5	Comparação de Parâmetros Modais nos Primeiros Três Ensaios	55
3.3.6	Ensaio na Condição de Encastramento com Colocação de Anilhas entre o Bloco e a Viga	58
3.4	Sinopse	77

Neste capítulo será abordado todo o procedimento experimental, quais os recursos necessários para a sua execução, detalhe do equipamento utilizado, que ensaios experimentais foram executados e como foram tratados e analisados esses resultados.

3.1 Casos de Estudo e Fases de Ensaio

Com a execução deste trabalho pretende-se conhecer o comportamento dinâmico da estrutura em estudo e avaliar a alteração da sua resposta ao acoplamento de novos elementos, considerando um bloco de massa concentrada e diversas condições de fronteira.

Iniciou-se uma componente experimental suportada por equipamentos existentes no laboratório de mecânica estrutural da FCT-UNL. Com recurso a este equipamento, através do *software OROS*

OR e *MATLAB* adquiriu-se FRF que permitiram identificar as frequências naturais e os modos de vibração.

A componente experimental foi dividida em várias fases de ensaio. Pretendeu-se com esta divisão acompanhar as alterações do comportamento dinâmico ao longo das modificações estruturais propostas, tornando possível por esta metodologia a identificação dos parâmetros modais correspondentes a cada ensaio.

Inicialmente seleccionou-se uma viga e estudou-se o seu comportamento dinâmico na condição livre-livre. Após este primeiro ensaio a viga foi encastrada e posteriormente são adicionados elementos, tais como um bloco e anilhas de materiais distintos. Através da diferença de resposta entre estes ensaios foi possível estudar que alterações ocorrem ao nível do seu comportamento dinâmico através de parâmetros modais e estimar numericamente como mostra cap.4 as propriedades do encastramento e as condições fronteira na zona de contacto entre os novos elementos e a viga.

A ordem pela qual se realizou a componente experimental foi fundamental no tratamento e análise de resultados, ao longo desta componente atribuiu-se aos ensaios uma numeração:

- 1º Ensaio: na condição livre-livre;
- 2º Ensaio: nas condição de encastramento;
- 3º Ensaio: na condição de encastramento com acoplamento de um bloco à estrutura;
- 4º Ensaio: na condição de encastramento com colocação de anilhas de aço entre o bloco e a viga;
- 5º Ensaio: na condição de encastramento com colocação de anilhas de nylon entre o bloco e a viga;
- No 6º ensaio na condição de encastramento, optou-se por colocar uma anilha de aço em contacto com a viga e uma anilha de nylon em contacto com o bloco;
- No 7º ensaio em relação ao 6º, trocou-se a localização das anilhas.

3.2 Equipamento e *Software* Utilizado

Na execução deste projecto utilizou-se o respectivo equipamento e *Software*:

LISTAGEM DE EQUIPAMENTO

- Viga - Estrutura inicial (10x16x860 *mm*)
- Martelo instrumentado com célula de carga e sensor piezoeléctrico
- Acelerómetro Piezoeléctrico

- Manómetro
- Chave dinamométrica
- Estrutura que permita a suspensão da viga na horizontal (ensaio na condição livre-livre)
- Suporte com aperto hidráulico (simula o encastramento)
- Bloco de aço
- Parafuso M5 sextavado interior
- 3x Anilha de aço
- 2x Anilha de nylon
- Porca de rosca M5
- 2x Elástico extensor com gancho
- Fio de prumo
- Riscador
- Fita métrica

PROPRIEDADES E CARACTERÍSTICAS DO EQUIPAMENTO

O equipamento utilizado será descrito com maior detalhe nas tabelas 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6 e figuras 3.1, 3.2, 3.3.

ESTRUTURA INICIAL

Tabela 3.1: Descrição da viga utilizada.

Equipamento	Comprimento [mm]
Viga - Estrutura inicial	860
Área de Secção Transversal (A_t) [mm ²]	Módulo de <i>Young</i> (E) [GPa]
160	210
2º Momento de Área (I) [m ⁴]	Massa Volúmica (ρ) [Kg/m ³]
1.3333×10^{-9}	7681,69

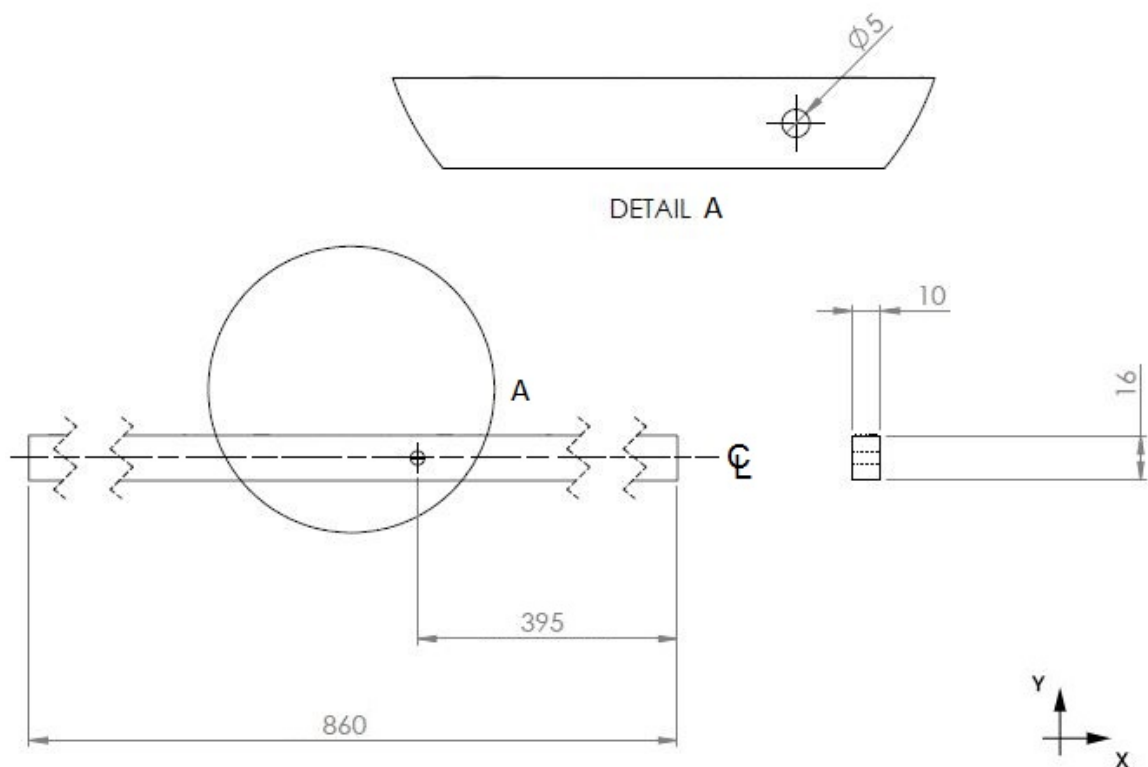


Figura 3.1: Representação esquemática da viga (unidades em *mm*).

ACELERÓMETRO PIEZOELÉCTRICO

Tabela 3.2: Descrição do acelerómetro utilizado

Equipamento	Massa Total [g]
Acelerómetro piezoeléctrico	36,2
Massa da Componente 1 [g]	Massa da Componente 2 [g]
17,7	19,7
Centro de Massa em y (ref. Fig.3.2) [mm]	Momento Polar de Inércia (J_{θ}) [Kg.m ²]
15,8±3	1,29×10 ⁻⁴

Na tab.3.2 a massa total do acelerómetro contempla a massa das componentes do 1 e 2 acelerómetro e da peça que auxilia a ligação do acelerómetro ao computador.

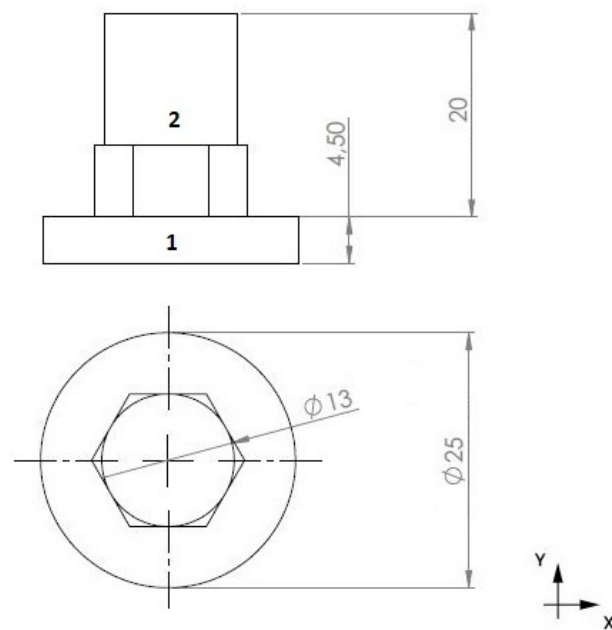


Figura 3.2: Representação esquemática do acelerómetro (unidades em *mm*).

ELEMENTOS ADICIONADOS À ESTRUTURA INICIAL

Tabela 3.3: Descrição do bloco.

Equipamento	Forma
Bloco	Cúbica
Material	Comprimento da Aresta [mm]
Aço	40
Massa [g]	Localização do Furo Roscado
496,8	Centrado na face do bloco
Módulo de <i>Young</i> do Aço (E_a) [GPa]	Diâmetro do Furo Roscado [mm]
207	5

Tabela 3.4: Descrição das anilhas.

Equipamento	Diâmetro Externo (ϕ_{ext}) [mm]
Anilhas de aço e nylon	10
Diâmetro Interno (ϕ_{int}) [mm]	Espessura [mm]
5	1
Massa da Anilha de Aço [g]	Massa da Anilha de Nylon [g]
0,4	0,1
Módulo de <i>Young</i> do Aço (E_a) [GPa]	Módulo de <i>Young</i> do Nylon (E_n) [MPa]
207	2830

Tabela 3.5: Descrição do 1º conjunto de elementos adicionados à estrutura inicial

Equipamento	Parafuso
Bloco, parafuso, porca e anilha de aço	Sextavado interior M5
Massa do Conjunto [g]	Elementos em contacto directo com a viga
503,0	Bloco, parafuso e anilha de aço

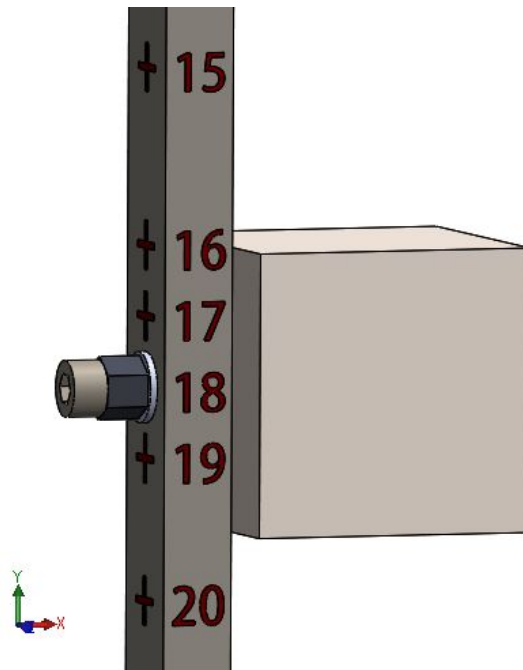


Figura 3.3: 1º Conjunto de elementos adicionados à estrutura inicial - O bloco está em contacto directo com a viga.

MEDIDAS E ERROS DE LEITURA ASSOCIADOS

Tabela 3.6: Descrição de medidas calculadas e dos erros de leitura associados.

Equipamento	Pressão do Aperto Hidráulico [bar]
Manómetro, chave dinamométrica, fita métrica	100
Binário de Aperto [Nm]	Erro Experimental do Manómetro [bar]
2,5	± 10
Erro Associado à Chave Dinamométrica [Nm]	Erro Associado à Fita Métrica [mm]
$\pm 0,2$	$\pm 0,5$

SOFTWARE TOOLS

- *OROS OR 763V.4.0* - Recolha dos dados experimentais que permitiram a análise modal
- *MATLAB* - Tratamento e consulta de resultados
- *Solid Works* - Descrição gráfica

3.3 Procedimento Experimental e Resultados

No primeiro ensaio designou-se a viga seleccionada para estudo como estrutura inicial e efetuou-se uma análise modal na condição livre-livre, desta forma conheceu-se o seu comportamento dinâmico com o mínimo de restrições possíveis. Na fig.3.4 podemos observar a montagem laboratorial para o ensaio referido.

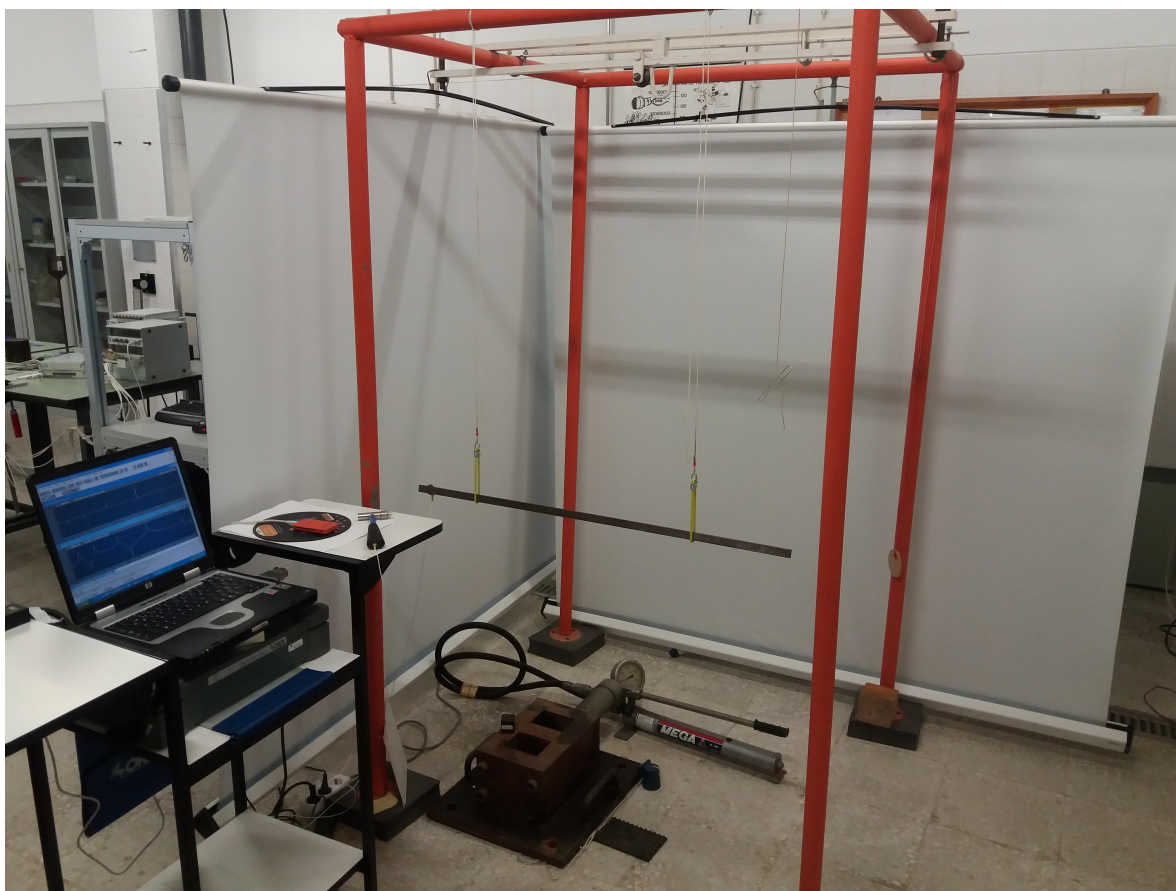


Figura 3.4: Aparato experimental utilizado no ensaio da viga na condição livre-livre.

Com o intuito de analisar o comportamento da estrutura inicial, ao longo do seu comprimento numa das suas faces, marcou-se 36 posições em forma de cruz com um riscador e um marcador permanente. Estas posições (tab.3.7) representam as zonas onde a excitação foi aplicada na viga, sendo a posição 2 a primeira marcação e a posição 37 a última.

Tabela 3.7: Distância das posições experimentais à extremidade da viga.

N.º da Posição Experimental	Distância à extremidade [mm]
2	25
3	50
4	75
5	100
6	125
7	150
8	175
9	200
10	225
11	250
12	275
13	300
14	325
15	350
16	375
17	385
18	395
19	405
20	425
21	450
22	475
23	500
24	525
25	550
26	575
27	600
28	625
29	650
30	675
31	700
32	725
33	750
34	775
35	800
36	825
37	850
Comprimento total:	860

A distância entre as posições indicadas foi geralmente mantida, excepto na proximidade da posição 18 (fig.3.5) onde está localizado um furo, pois é uma zona que se pretende estudar com maior detalhe. Este furo permite dar continuidade aos ensaios sendo através dele que se adicionam novos elementos à estrutura, como será descrito mais à frente.



Figura 3.5: Marcação das posições experimentais junto à localização do furo.

Após a marcação das posições que se pretendem estudar nos diversos ensaios, no ensaio da viga na condição livre-livre tal como nos restantes ensaios, foi colocado um acelerómetro piezoelétrico na posição 2 e todas as posições referidas excitadas uma de cada vez com um martelo instrumentado.

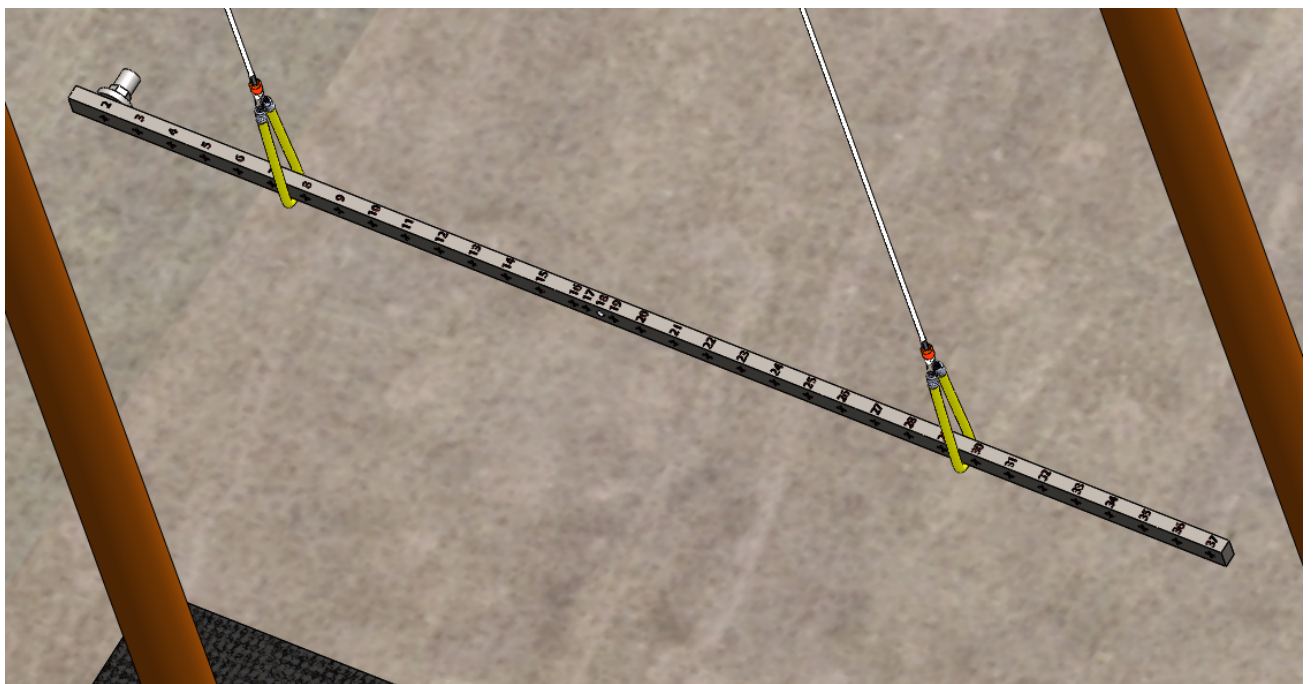


Figura 3.6: Ensaio da viga na condição livre-livre - Posicionamento do acelerómetro.

Recorreu-se a um martelo instrumentado (com célula de carga) para excitar ao longo das posições pela técnica SISO, sendo possível adquirir a informação experimental com o *Software OROS OR*.

Em todos os ensaios, a coerência foi avaliada por forma a validar a aquisição dos dados, ou seja, na recolha de dados obtidos em cada posição experimental de um ensaio, a informação considerou-se apenas válida se ao bater três vezes com o martelo instrumentado nessa mesma posição a coerência confirmasse a correta execução. A coerência foi utilizada no modo de aproximação exponencial para os ensaios realizados, significando que os resultados registados foram sempre mais próximos dos da 3ª batida. Nas fig.3.7 a 3.9 podem observar-se exemplos de aceitação e recusa de informação numa dada posição experimental.

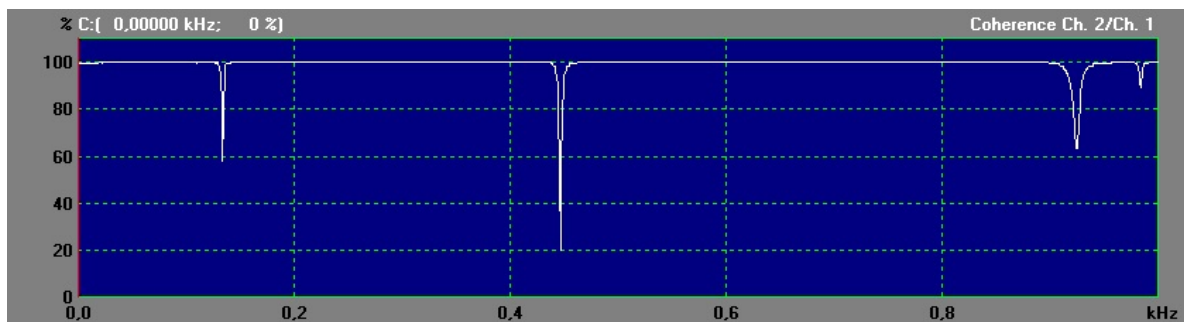


Figura 3.7: Valores aceitáveis de coerência - Coerência 1.

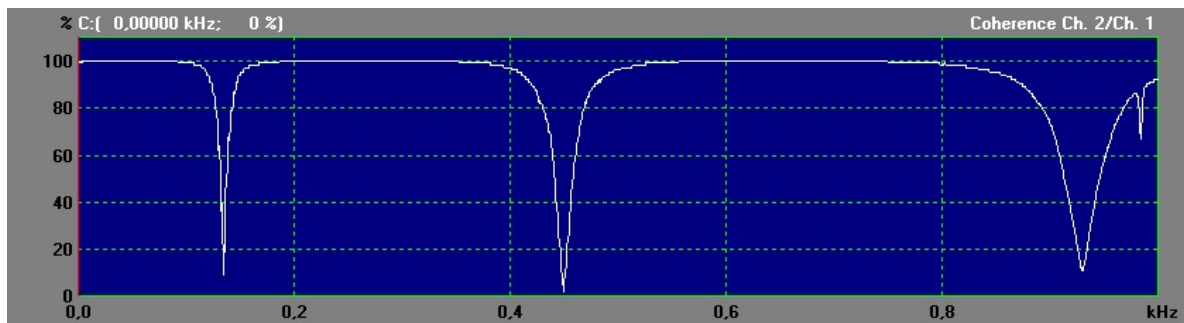


Figura 3.8: Valores não aceitáveis de coerência - Coerência 2.

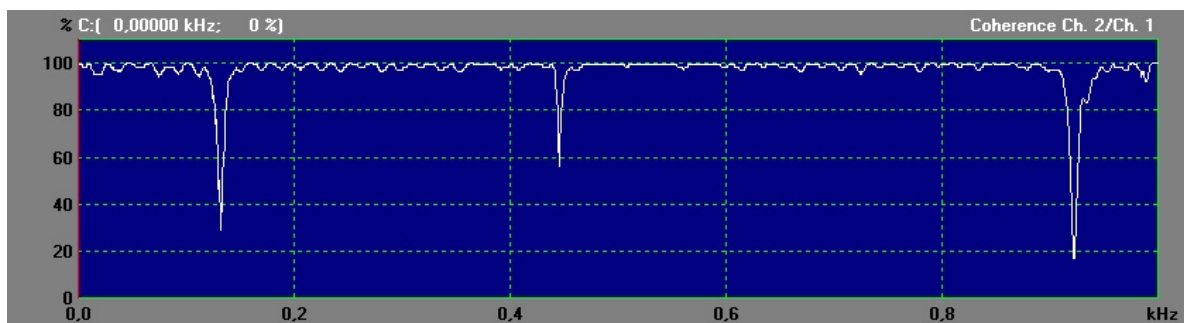


Figura 3.9: Valores não aceitáveis de coerência - Coerência 3.

As fig.3.7 a 3.9 representam exemplos de resultados que podem ser obtidos através da coerência. Na fig.3.7 verifica-se que as três batidas executadas pelo martelo instrumentado numa dada posição experimental foram bem executadas e pode proceder-se à recolha de dados. Na fig.3.8 os dados não devem ser aceites pois nestas condições pelo menos uma das três batidas executadas não foi conseguida exactamente na posição experimental desejada.

Tal como na fig.3.8, a fig.3.9 mostra que os valores não devem ser aceites. Esta situação ocorre por vezes devido à reacção da viga à batida. São provocados múltiplos impactos em vez de uma pancada única e quando este acontecimento ocorre, a viga ainda se encontra em vibração.

A 3ª situação (fig.3.9) também pode ser detectada pelo gráfico de FRF como podemos observar na fig.3.10:

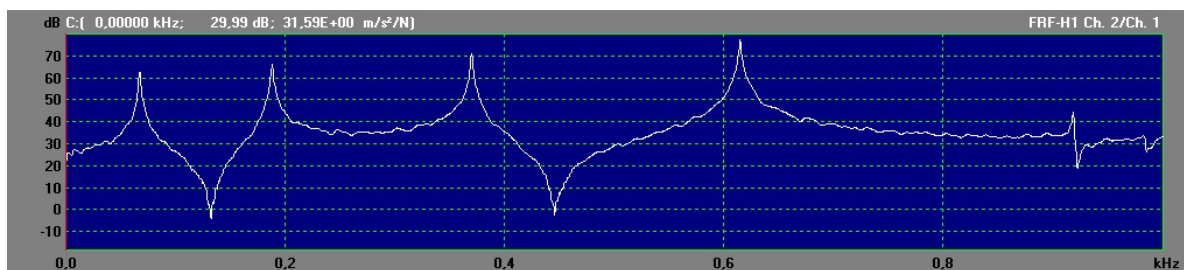


Figura 3.10: Gráfico de FRF, batida experimental com múltiplos impactos - Valores não aceitáveis.

Os gráficos de FRF não devem ser utilizados como confirmação da viabilidade de resultados no lugar da coerência. Como exemplo a fig.3.11 apresenta resultados aparentemente correctos que podem ser o resultado da 1ª situação (fig.3.7) ou da 2ª (fig.3.8), ou seja, podem estar correctos ou errados. Na situação da fig.3.11 bateu-se propositadamente em posições distintas tornando os resultados inaceitáveis, no entanto a FRF não reflete essa incorrecção. A verificação da coerência tornou-se relevante ao longo de todo o procedimento experimental.

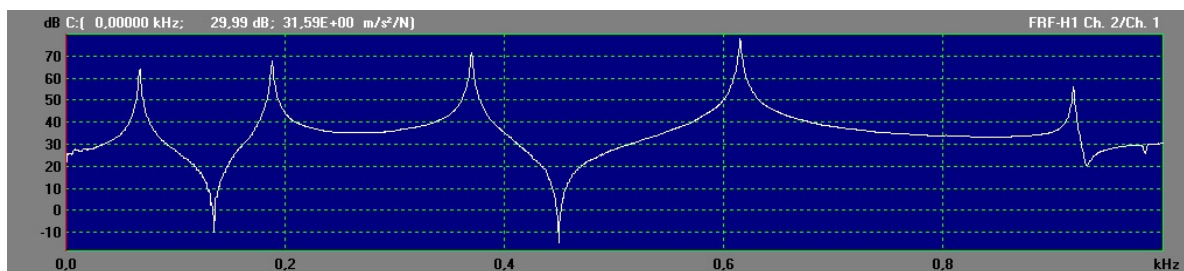


Figura 3.11: Gráfico de FRF que poderá representar a 1ª situação ou a 2ª.

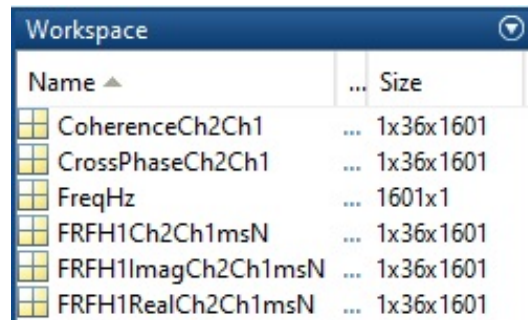
Ao confirmar-se que as batidas realizadas com martelo instrumentado em cada uma das posições experimentais foram executadas com sucesso, prosseguiu-se para a recolha de dados. A informação recolhida nos diversos ensaios é referente à gama de frequência entre 0 e 1KHz, este intervalo de frequência foi dividido em 1600 pontos e estudado individualmente cada ponto dessa mesma divisão.

Para os 1600 pontos de frequência obtidos em cada posição experimental obtiveram-se as

respectivas FRF, parte imaginária e real em ms^2/N , a correspondente fase $[\circ]$ e a coerência [%]. Através do *software OROS OR* as respostas experimentais foram exportadas individualmente para documentos em formato *.txt*, os documentos foram separados por pastas cujo o nome corresponde ao número da posição experimental estudada, desta forma foi possível posteriormente compilar os documentos através do *software MATLAB*.

Pretendendo nos ensaios tratar e comparar os dados adquiridos de forma expedita, a solução encontrada para o acesso a toda a informação obtida consistiu no desenvolvimento de um algoritmo que ao receber o número de posições experimentais para estudo no ensaio (a variável), o *MATLAB* importa automaticamente os ficheiros *.txt* das pastas com o número das posições experimentais correspondentes. Ao importar esses ficheiros o algoritmo desenvolve separadamente 7 matrizes tridimensionais (ou células) correspondentes aos 7 ensaios realizados e uma matriz bidimensional que faz a correspondência das frequências de 0 a 1KHz aos 1600 pontos. Guardaram-se as matrizes obtidas como ficheiros *.mat* de forma a ser possível aceder à sua informação em qualquer instante e poder usar como auxílio e comparação no desenvolvimento dos modelos numéricos que são retratados no capítulo 4.

Na fig.3.12 podem observar-se os ficheiros *.txt* já transformados em ficheiros *.mat*. Na fig.3.12 é apresentada a matriz tridimensional $5 \times 36 \times 1601$ já dividida correspondendo ao ensaio da viga na condição livre-livre, as posições estudadas neste ensaio iniciam na posição 2 e terminam na posição 37, totalizando 36 posições experimentais. O 5 da matriz de dados corresponde à FRF, à coerência ao ser obtida, à fase, à sua parte imaginária e parte real. O valor 1601 é referente aos 1600 pontos em estudo e ao título que identifica cada uma das variáveis criadas pelo *OROS OR* nos ficheiros *.txt*.



Name	Size
CoherenceCh2Ch1	1x36x1601
CrossPhaseCh2Ch1	1x36x1601
FreqHz	1601x1
FRFH1Ch2Ch1msN	1x36x1601
FRFH1ImagCh2Ch1msN	1x36x1601
FRFH1RealCh2Ch1msN	1x36x1601

Figura 3.12: Dados obtidos no ensaio da viga na condição livre-livre.

3.3.1 Ensaio na Condição Livre-livre

Ao importarem-se os dados referentes ao ensaio da viga na condição livre-livre (1º ensaio) para *MATLAB* tornou-se possível realizar a análise modal, com o intuito de encontrar as frequências naturais existentes nas FRF correspondentes às diversas posições experimentais estudadas. Uma solução para este problema passou pelo desenvolvimento de um algoritmo com auxílio a ferramentas do *MATLAB*.

O factor de amortecimento da estrutura em estudo foi desprezado ao longo do trabalho por ser muito reduzido, pelo seu material (aço) e pelas condições em que se encontra, perante esta consideração tornou-se possível a identificação de frequências naturais através da detecção de picos existentes na parte imaginária de uma *FRF* correspondente a uma posição experimental, através de uma ferramenta já desenvolvida em *MATLAB* foi possível identificar o número de picos referentes aos máximos relativos e absolutos. Pretendia-se localizar todos os máximos e mínimos existentes e desenvolveu-se um algoritmo que coloca provisoriamente todos os valores da parte imaginária (fig.3.13) como valores absolutos (fig.3.14), este algoritmo é responsável por detectar os picos existentes nesses valores e indica as suas localizações em relação aos 1600 pontos que representam a gama de frequência em estudo. A identificação de cada frequência é conseguida através do acesso à matriz que contém todos valores em frequência correspondentes à abcissa dos máximos identificados.

Como nem todas as posições experimentais em estudo têm somente máximos ou mínimos, tomou-se como exemplo para explicação a posição experimental 19, como pode observar-se na fig.3.13 e fig.3.14.

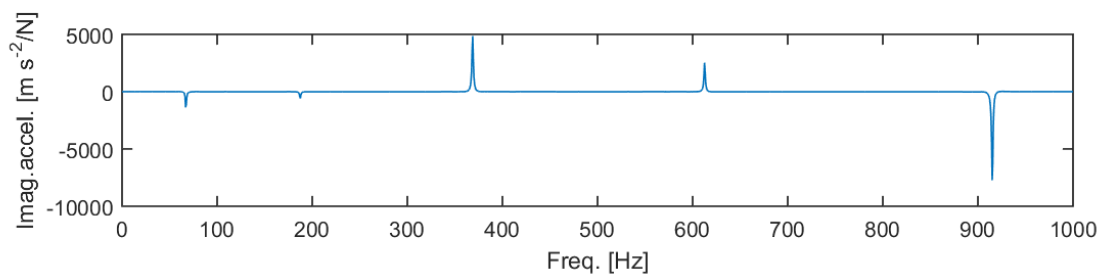


Figura 3.13: Parte imaginária da FRF obtida na posição experimental 19, no ensaio da viga na condição livre-livre.

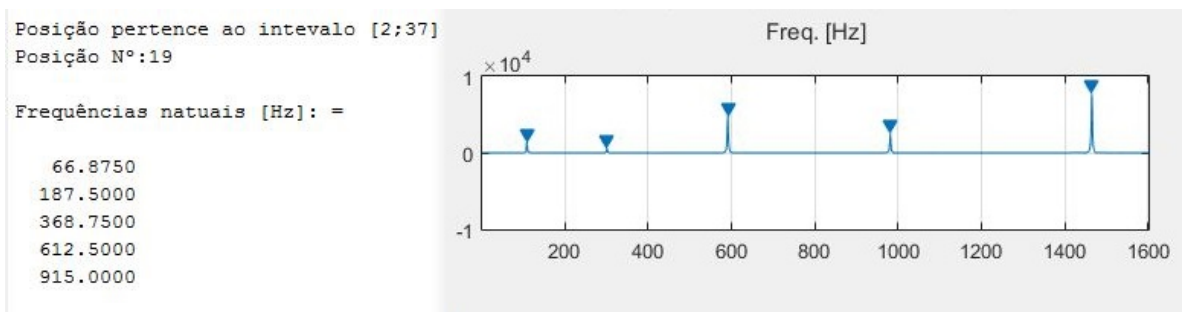


Figura 3.14: Gráfico que corre internamente no algoritmo é utilizado para explicar como se chegou à detecção e identificação de todas as frequências naturais numa posição experimental.

De modo a tornar acessível ao utilizador todos os dados e o seu tratamento, foi desenvolvida uma interface gráfica. Inicialmente desejava-se ter conhecimento de todas as frequências naturais

detectadas numa posição experimental à escolha do utilizador, para tal, de modo a não surgirem dúvidas sobre a zona de estudo, a interface apresenta uma imagem do ensaio onde dá uma noção espacial das posições experimentais e posteriormente pede ao utilizador que lhe indique a posição que pretende estudar para um determinado ensaio escolhido como mostra a fig.3.15.

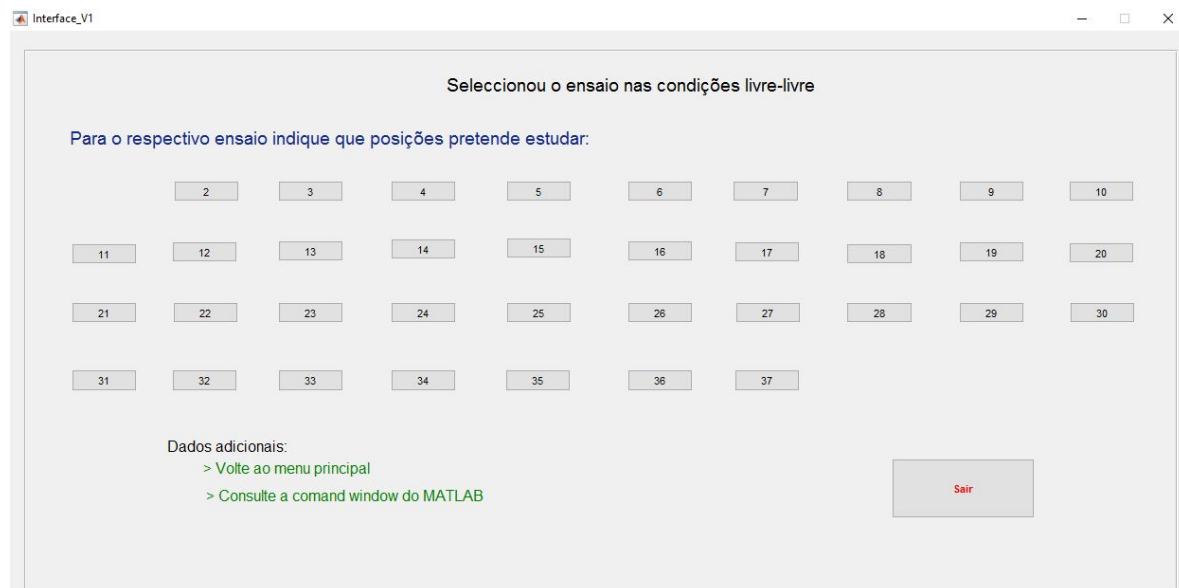


Figura 3.15: Interface gráfica utilizada na identificação de frequências naturais em qualquer posição experimental do ensaio da viga na condição livre-livre.

O algoritmo responsável pela identificação das frequências naturais existentes em cada posição experimental foi executado de forma automática para o ensaio da viga na condição livre-livre sendo estudadas as frequências naturais desde a posição 2 à posição 37. Na tab.3.8 podem observar-se todas as frequências naturais detectadas individualmente em cada uma dessas posições.

Tabela 3.8: Frequências naturais detectadas em cada posição experimental no ensaio da viga na condição livre-livre.

Frequências Naturais	Posições: 5 e 20	Posição 8	Posição 25	Restantes Posições
1 ^a Freq. [Hz]	66,875	187,500	66,875	66,875
2 ^a Freq. [Hz]	368,750	368,750	187,500	187,500
3 ^a Freq. [Hz]	612,500	612,500	612,500	368,750
4 ^a Freq. [Hz]	915,000	915,000	915,000	612,500
5 ^a Freq. [Hz]	————	————	————	915,000
Total de Posições	2	1	1	32

Ao registar os valores referentes às frequências naturais detectadas, observou-se que o ensaio na condição livre-livre tem cinco frequências naturais na gama de frequência de 0 a 1KHz. Observou-

se também que para quatro posições experimentais (posições: 5, 8, 20 e 25) são identificadas apenas quatro frequências naturais, o que significa existir um nodo em cada uma dessas posições para um determinado modo de vibração.

Por outras palavras, recorrendo à tab.3.8, a posição experimental 2 permitiu detectar a totalidade das frequências naturais do ensaio, sendo o número máximo de frequências encontradas na gama de frequência entre 0 e 1KHz, significando a existência de cinco modos de vibração nas respectivas frequências do ensaio. A posição experimental 5 como pode observar-se na tab.3.8 não foi detectada uma das cinco frequências naturais, neste caso como exemplo, a frequência em falta foi a 2ª que corresponde aos 187,500Hz. A ausência desta 2ª frequência representa a existência de um nodo no 2º modo de vibração que se localiza na posição experimental cinco.

Na tab.3.8 pode concluir-se que as posições experimentais 5, 8, 20 e 25 foram posicionadas em zonas que coincidem com os nodos de alguns dos primeiros cinco modos de vibração para o ensaio na condição livre-livre. Através das posições experimentais em estudo sabe-se por agora que o 2º modo de vibração do ensaio tem nodos localizados nas posições 5, 8, 20 e que o 3º modo de vibração tem um nodo na posição 25.

Pretendia-se neste momento localizar os restantes nodos para cada modo de vibração do ensaio, entre que posições se localizam e qual a sua distância à extremidade. Esta análise permite comparar posteriormente a localização dos nodos experimentais com os nodos obtidos numericamente (cap.4). A solução encontrada passou por retirar a amplitude da parte imaginária da FRF correspondente às frequências naturais obtidas para as trinta e seis posições experimentais, resultando na obtenção dos cinco modos de vibração do ensaio (tab.3.15 e fig.3.16).

Tendo-se conhecimento que para uma dada frequência igual à frequência natural, sempre que a parte imaginária é zero está-se perante um nodo, o próximo passo seria descobrir em que pontos os modos de vibração têm a sua ordenada igual a zero, localizando desta forma os nodos.

Tabela 3.9: Modos de vibração obtidos experimentalmente através da parte imaginária das FRF de cada posição estudada no ensaio da viga na condição livre-livre.

Posição Experimental	Modos de Vibração - Amplitude [ms^{-2}/N]				
	1º Modo	2º Modo	3º Modo	4º Modo	5º Modo
Posição 2	1834.4	3307.5	3990.3	4154.3	4192.8
Posição 3	1455.5	2135.5	1686.6	539.51	-1162.8
Posição 4	1154.8	945.15	-562.34	-2860.9	-5457.6
Posição 5	884.1	6.6604	-2025.3	-5200	-7498.9
Posição 6	606.04	-941.89	-3376.8	-6295.1	-7979.9
Posição 7	305.49	-1817.6	-4073.8	-6441.7	-5895.2
Posição 8	35.156	-2404.4	-4720.6	-5629.9	-2503.2
Posição 9	-237.14	-2937.7	-4539.4	-3622.4	2004.5
Posição 10	-486.41	-3322.8	-3971.9	-729.46	5682
Posição 11	-659.17	-3303.7	-2763.8	2223.3	8560.5
Posição 12	-886.14	-3427.7	-1350.5	4791.8	8365.7
Posição 13	-1025.7	-3009.5	113.11	6784.2	7294.6
Posição 14	-1202.3	-2751.1	1646.3	7211.1	3694
Posição 15	-1303.2	-2162.7	3079.6	6982.3	-467.74
Posição 16	-1359.9	-1579.4	4050.4	5476.5	-4539.4
Posição 17	-1385.2	-1212	4492.6	4560.4	-5936.1
Posição 18	-1382	-913.06	4830.6	3931	-7261.1
Posição 19	-1375.6	-581.43	4852.9	2529.3	-7735.7
Posição 20	-1445.4	38.815	5140.4	152.93	-8820.6
Posição 21	-1463.9	810.03	4948.8	-2541	-7700.2
Posição 22	-1336.6	1552.4	4083.2	-5164.2	-5023.4
Posição 23	-1279.4	2320.1	2834.7	-6606.9	-641.21
Posição 24	-1158.8	2890.7	1484.2	-7038.8	3519.7
Posição 25	-968.28	3079.6	58.749	-6926.3	7022.6
Posição 26	-811.9	3439.5	-1518.8	-4602.6	8679.6
Posição 27	-618.73	3495.4	-2867.5	-1999.9	8308.1
Posição 28	-374.54	3173.2	-3940	695.83	6018.7
Posição 29	-128.23	2887.3	-4497.8	3384.5	2182.7
Posição 30	141.09	2241.3	-4688.1	5629.9	-2063
Posição 31	435.01	1601.4	-4280.6	6375.3	-5629.9
Posição 32	712.85	735.36	-3277.2	6584.2	-7629.6
Posição 33	1004.6	-247.17	-1855.7	5099.2	-7656
Posição 34	1298.7	-1342.8	-122.74	2707.1	-5539.9
Posição 35	1621.8	-2363.2	1648.2	-343.95	-1798.9
Posição 36	2018.4	-3635	4121	-4477.1	4154.3
Posição 37	2296.2	-4920.4	6158.9	-8213	9440.6

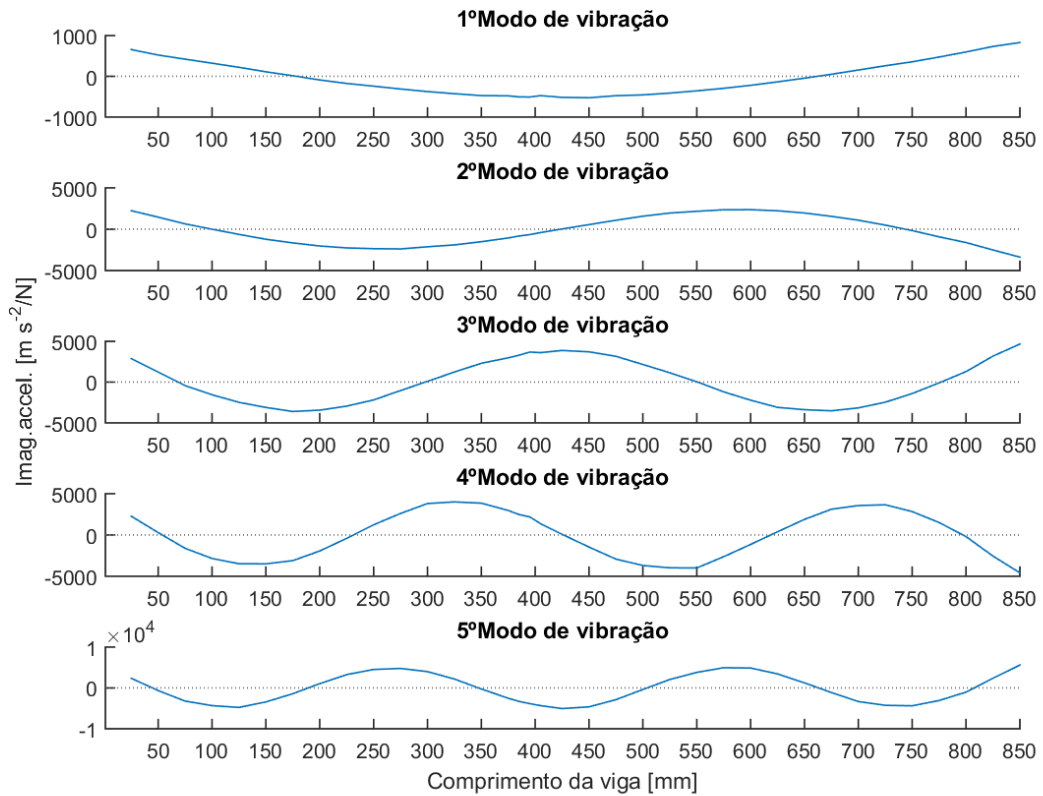


Figura 3.16: Modos de vibração obtidos experimentalmente no ensaio da viga na condição livre-livre.

Na representação gráfica dos modos de todos os ensaios tomou-se em conta a distância das posições experimentais à extremidade da viga de modo a não induzir em erro futuros resultados, pois a distância entre posições varia como pode ser observado na tab.3.7.

Os modos de vibração ilustrados na fig. 3.16 são construídos através da união de pontos, não sendo reconhecidos como funções contínuas. Como tal não é possível ter sempre pontos a passar na ordenada igual a zero, como é ilustrado pela situação (a) da fig.3.17.

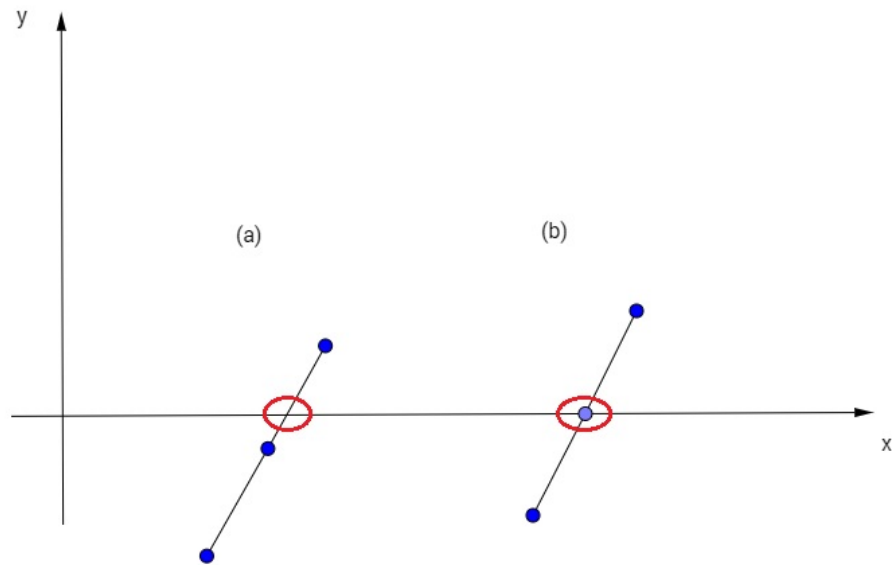


Figura 3.17: Explicação da detecção dos nodos nos modos de vibração.

Na situação (a) da fig.3.17 tem-se o exemplo do problema existente, nesta situação como exemplo, as posições experimentais não coincidem com o nodo, enquanto que na situação (b) há uma posição experimental a coincidir com o nodo. A situação (b) é idêntica ao que ocorre nas posições 5, 8, 20 e 25, onde uma dada frequência natural não é identificada.

Para resolver este problema de detectar todos os nodos existentes em cada modo de vibração, recorreu-se a uma ferramenta do *MATLAB*, função *polyxpoly*, que permite calcular várias intersecções gráficas de pontos ligados entre si através de um rectângulo.

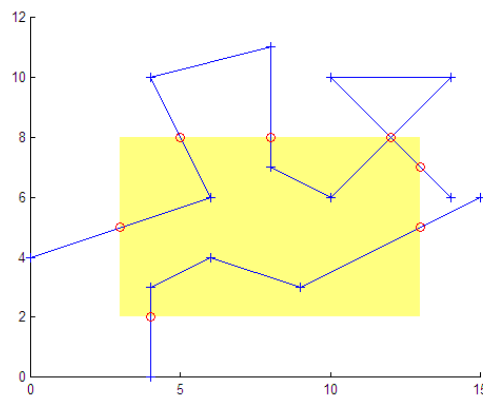


Figura 3.18: Como funciona a função *polyxpoly* [18].

As dimensões e a localização do rectângulo apresentado a amarelo na fig.3.18 são possíveis de controlar, como tal, considerou-se um rectângulo em que um dos seus lados coincidisse com o eixo das abcissas e tanto a largura como o comprimento do rectângulo fossem suficientemente elevados de forma

a não obter intersecções indesejadas. Na fig.3.19 pode observar-se um esboço da utilização da função *polyxpoly* para detectar os nodos existentes no 5º modo de vibração de um dado ensaio.

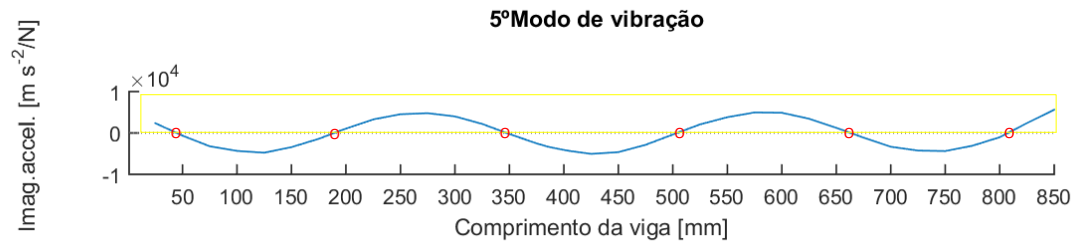


Figura 3.19: Detecção dos nodos para o 5º modo de vibração.

Para cada modo de vibração obtido do ensaio da viga na condição livre-livre foram detectados e localizados os nodos listados na tab.3.10.

Tabela 3.10: Localização dos nodos no ensaio da viga na condição livre-livre.

Modos de Vibração	Nodos Encontrados		Distância do Nodo à Extremidade [mm]	O Nodo Está Entre as Posições Experimentais
1º Modo	2	1º Nodo:	178,2	8 e 9
		2º Nodo:	661,9	29 e 30
2º Modo	3	1º Nodo:	100,2	5 e 6
		2º Nodo:	414,4	19 e 20
		3º Nodo:	743,7	32 e 33
3º Modo	4	1º Nodo:	68,7	3 e 4
		2º Nodo:	298,1	12 e 13
		3º Nodo:	550,9	25 e 26
		4º Nodo:	776,7	34 e 35
4º Modo	5	1º Nodo:	54,0	3 e 4
		2º Nodo:	231,2	10 e 11
		3º Nodo:	426,1	20 e 21
		4º Nodo:	618,5	27 e 28
		5º Nodo:	797,2	34 e 35
5º Modo	6	1º Nodo:	44,6	2 e 3
		2º Nodo:	188,9	8 e 9
		3º Nodo:	347,2	14 e 15
		4º Nodo:	503,9	23 e 24
		5º Nodo:	662,9	29 e 30
		6º Nodo:	807,6	35 e 36

3.3.2 Ensaio na Condição de Encastramento

Proseguiu-se para o segundo ensaio experimental, o ensaio da viga na condição de encastramento. Este ensaio foi fundamental pela sua ligação aos restantes ensaios permitindo a elaboração de modelos numéricos com resultados próximos das respostas obtidas experimentalmente. Neste momento pretendeu-se comparar o ensaio da viga na condição de encastramento com o ensaio da viga na condição livre-livre, como será posteriormente apresentado no cap.4, em que é possível estimar as propriedades experimentais deste encastramento. Experimentalmente o encastramento não é perfeito e será desenvolvido um modelo numérico que estime as suas propriedades permitindo prosseguir corretamente para a elaboração dos seguintes modelos numéricos em que consideraram essas propriedades de encastra-

mento.

Na realização do ensaio experimental utilizou-se um suporte com aperto hidráulico como ilustra a fig.3.20.



Figura 3.20: Ensaio da viga na condição de encastramento.

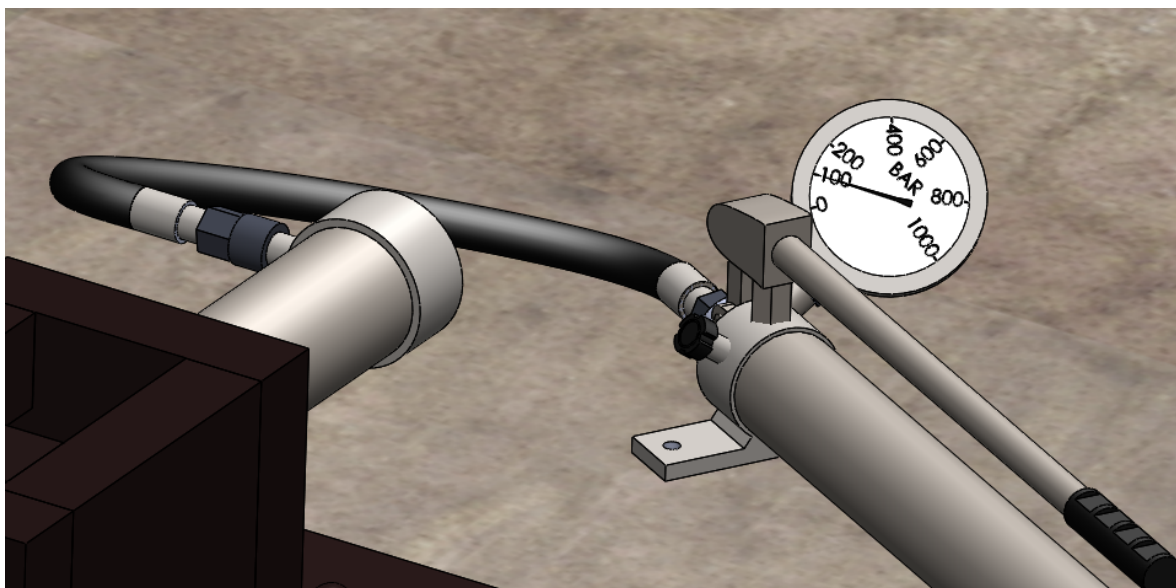


Figura 3.21: Execução do encastramento experimental à pressão desejada e detalhe da ligação do compressor hidráulico ao suporte.

Ao longo deste e dos restantes ensaios em que se recorreu experimentalmente ao encastramento, a pressão exercida pelo compressor hidráulico foi sempre verificada através do manómetro e mantida nos 100bar antes de executar qualquer batida com o martelo instrumentado nas posições experimentais ao longo da viga. Desta forma foi possível obter resultados coerentes permitindo fazer comparações entre ensaios.

Nos ensaios em que encastramento experimental ocorre, o número de posições em estudo passa a ser vinte e oito, da posição 2 à 29. Nestes ensaios a posição 30 é utilizada como referência e é mantida uma relação de perpendicularidade entre o suporte de encastramento e a viga como podemos observar na fig.3.22.

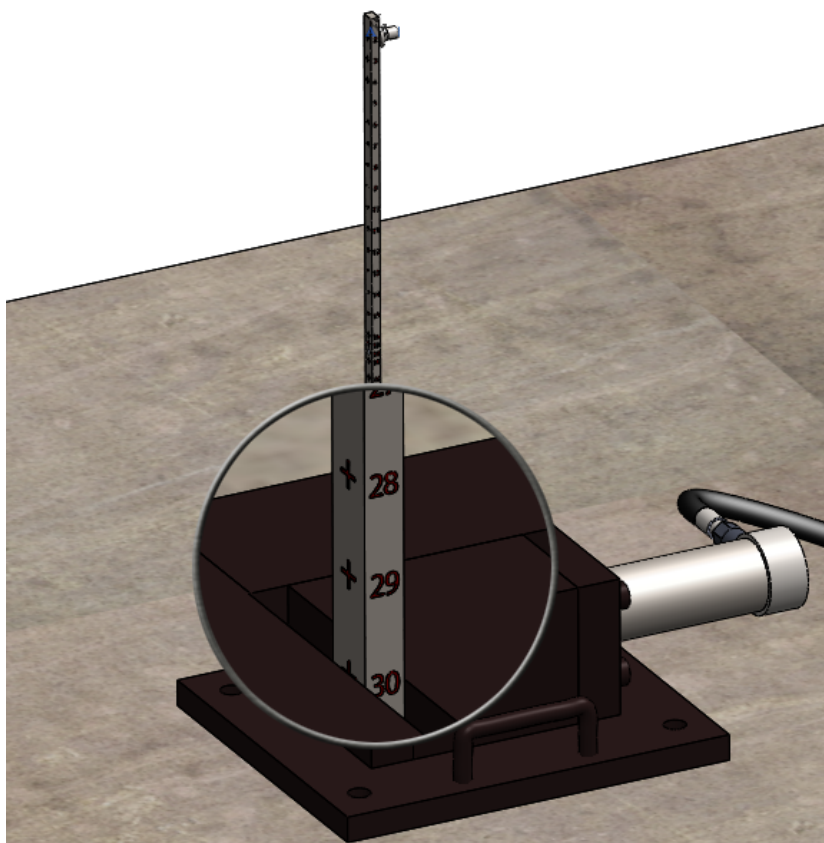


Figura 3.22: Posicionamento da viga na condição de encastramento experimental.

Pretendeu-se para este ensaio identificar as frequências naturais tal como foi realizado no ensaio anterior na condição livre-livre, recorrendo aos mesmos métodos obteve-se as frequências naturais detectadas em cada posição experimental.

Nos ensaios ao utilizar o encastramento experimental verificou-se que em determinadas posições as frequências naturais eram detectadas por vezes erradamente na gama de frequência entre 0 e 1KHz, esse erro ocorreu numa média de quatro em vinte e oito posições e confirmou-se através da parte real das *FRF*. Como consequência desses erros, realizou-se uma análise individual da parte imaginária e real de todas as posições experimentais do ensaio da viga na condição de encastramento, sendo a parte imaginária utilizada na localização das frequências naturais existentes e a parte real utilizada como confirmação da existência dessas mesmas frequências. Após a análise individual de todas as posições observou-se que o respectivo ensaio contém apenas cinco modos de vibração. Na fig.3.23 é apresentado um exemplo do erro que ocorria.

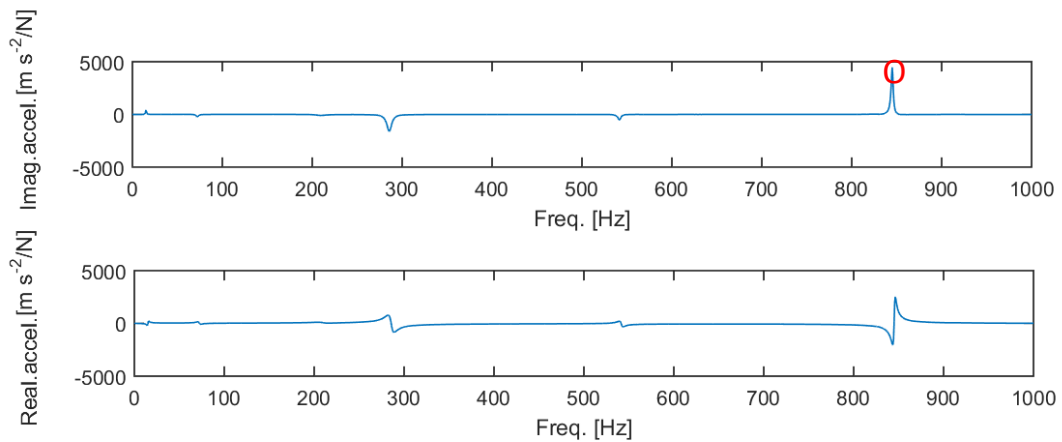


Figura 3.23: Explicação do erro na detecção de frequências naturais.

Na fig. 3.23 é apresentada a parte imaginária e real correspondente a uma posição experimental, observando a parte imaginária é possível visualmente detectar a existência de cinco frequências naturais que são confirmadas pela parte real, embora na realidade existam dois picos na zona circunscrita a vermelho, a 785Hz e 805Hz. Com recurso à parte real pode esclarecer-se a dúvida quando ao número de frequências naturais, mas não resolve todo o problema devido à dúvida sobre a localização da 5ª frequência natural. Para resolver este problema teria de verificar-se quais os valores da 5ª frequência nas restantes posições experimentais.

Observou-se que as frequências naturais não são iguais em todas as posições experimentais como no 1º ensaio na condição livre-livre e que os métodos utilizados até ao momento não eram suficientes para resolver o problema de identificação das frequências naturais a partir do momento em que a estrutura é encastrada.

Concluiu-se que a partir do momento em que se realiza o encastramento experimental os valores dão sempre próximos e coincidem a maior parte das vezes, mas nem sempre são iguais como podemos verificar na tab.3.11.

Tabela 3.11: Frequências naturais detectadas nas posições 14, 15 e 16 no ensaio da viga na condição de encastramento.

Frequências Naturais	Posições $\in [2 ; 29]$		
	Posição 14	Posição 15	Posição 16
1ª Freq. [Hz]	16,250	16,250	16,250
2ª Freq. [Hz]	103,750	103,750	103,750
3ª Freq. [Hz]	294,375	294,375	294,375
4ª Freq. [Hz]	580,000	580,625	580,000
5ª Freq. [Hz]	958,750	960,000	959,375

Como solução para todos estes problemas, desenvolveu-se um algoritmo que corre o ensaio pretendido em todas as posições experimentais, recolhe respectivamente o valores de todas as frequências naturais detectadas, sabendo que as frequências estão nos seguintes intervalos como mostra a tab.3.12:

Tabela 3.12: Intervalos onde se localizam as frequências naturais do ensaio.

	Frequências [Hz] $\in [0 ; 1000]$				
	1ª Freq.	2ª Freq.	3ª Freq.	4ª Freq.	5ª Freq.
Intervalo da Frequência Natural [Hz]	0 - 68	69 - 200	201 - 400	401 - 700	701 - 999

O algoritmo coloca de modo automático por colunas numa matriz as frequências detectadas em cada intervalo como mostra a tab.3.13.

Tabela 3.13: Distribuição das frequências naturais detectadas por intervalos - Ensaio da viga na condição de encastramento.

Frequências Naturais Detectadas por Intervalos [Hz]				
1 ^a Intervalo	2 ^a Intervalo	3 ^a Intervalo	4 ^a Intervalo	5 ^a Intervalo
16,2500	103,7500	294,3750	580,0000	959,3750
16,2500	103,7500	294,3750	580,6250	960,0000
16,2500	103,7500	294,3750	580,6250	960,0000
16,2500	103,7500	294,3750	580,6250	960,0000
16,2500	103,7500	294,3750	580,6250	960,6250
16,2500	103,7500	294,3750	580,6250	960,0000
16,2500	103,7500	294,3750	580,6250	960,0000
16,2500	103,7500	294,3750	580,6250	960,0000
16,2500	103,7500	294,3750	580,0000	959,3750
16,2500	103,7500	294,3750	580,6250	960,0000
16,2500	103,7500	294,3750	580,0000	959,3750
16,2500	103,7500	294,3750	580,0000	958,7500
16,2500	103,7500	294,3750	580,0000	958,7500
16,2500	103,7500	294,3750	580,6250	960,0000
16,2500	103,7500	294,3750	580,0000	959,3750
16,2500	103,7500	294,3750	580,0000	959,3750
16,2500	103,7500	294,3750	580,0000	959,3750
16,2500	103,7500	293,7500	580,0000	958,7500
16,2500	103,7500	293,7500	579,3750	958,7500
16,2500	103,7500	294,3750	580,6250	960,0000
16,2500	103,7500	294,3750	580,6250	960,0000
———	103,7500	294,3750	580,6250	960,0000
———	103,7500	294,3750	580,0000	959,3750
———	103,7500	294,3750	580,0000	959,3750
———	103,7500	294,3750	580,0000	959,3750
———	103,7500	294,3750	580,0000	959,3750
———	103,7500	294,3750	580,0000	959,3750
———	———	294,3750	580,0000	958,7500

Em seguida utilizou-se a operação estatística moda e obteve-se as frequências naturais corretas do respectivo ensaio, tab.3.14.

Tabela 3.14: Frequências naturais obtidas no ensaio da viga na condição de encastramento.

Frequências Naturais do Ensaio [Hz]				
1^a Freq.	2^a Freq.	3^a Freq.	4^a Freq.	5^a Freq.
16,250	103,750	294,375	580,000	959,375

Desta forma resolveu-se o problema de serem detectadas erradamente cerca de 5 frequências naturais numa posição experimental, não tendo de recorrer individualmente à parte real para confirmar a veracidade da informação recebida. As frequências naturais obtidas em todas as posições experimentais são colocadas nos respectivos intervalos (tab.3.12) e é possível indicar através da moda quais as frequências naturais de qualquer ensaio.

Tendo conhecimento de quais são as frequências naturais do ensaio prosseguiu-se com a representação dos respectivos modos de vibração através da parte imaginária das FRF para cada posição experimental.

Tabela 3.15: Modos de vibração obtidos experimentalmente no ensaio da viga na condição de encastramento.

Posição Experimental	Modos de Vibração - Amplitude [ms^{-2}/N] $\times 10^3$				
	1º Modo	2º Modo	3º Modo	4º Modo	5º Modo
Posição 2	0,4603	1,3900	3,0234	2,2961	2,3254
Posição 3	0,4355	0,9920	1,1389	0,2732	-0,4315
Posição 4	0,4064	0,7203	0,1419	-0,9162	-2,0749
Posição 5	0,3416	0,4222	-0,9638	-2,1777	-3,8415
Posição 6	0,3323	0,1151	-1,3740	-1,8923	-2,2106
Posição 7	0,3388	-0,1905	-2,6092	-3,1915	-2,5972
Posição 8	0,3188	-0,4667	-2,9546	-2,4803	-0,8861
Posição 9	0,2550	-0,6990	-3,2772	-1,9679	1,2374
Posição 10	0,2917	-1,0069	-3,6813	-0,9120	4,3551
Posição 11	0,2518	-1,1117	-2,6977	0,4989	3,7801
Posição 12	0,2304	-1,3567	-2,9174	2,6454	7,3875
Posição 13	0,2016	-1,5578	-1,9793	4,5920	5,8344
Posição 14	0,1337	-1,6387	-0,5617	6,4565	2,5061
Posição 15	0,1297	-1,4305	0,6339	3,4316	-0,9506
Posição 16	0,1493	-1,5488	1,7498	3,4080	-3,6771
Posição 17	0,1387	-1,5578	2,3014	3,2248	-4,7918
Posição 18	0,1419	-1,6692	3,0130	3,3651	-7,1697
Posição 19	0,1235	-1,6349	3,9582	3,5035	-7,8886
Posição 20	0,1047	-1,6218	5,0004	1,3693	-7,2778
Posição 21	0,0851	-1,2647	3,7497	-0,7691	-3,7627
Posição 22	0,0746	-1,0740	3,5035	-1,8239	-1,4672
Posição 23	0,0518	-0,9817	3,9719	-3,2359	0,6823
Posição 24	0,0481	-0,7880	3,8371	-4,0879	3,4356
Posição 25	0,0263	-0,6273	3,6099	-5,1227	6,5842
Posição 26	0,0257	-0,4726	2,8807	-4,5446	7,7714
Posição 27	0,0134	-0,3217	2,1306	-3,8459	7,5422
Posição 28	0,0078	-0,1677	1,2460	-2,3851	5,0292
Posição 29	0,0031	-0,0630	0,5774	-1,3772	2,8973

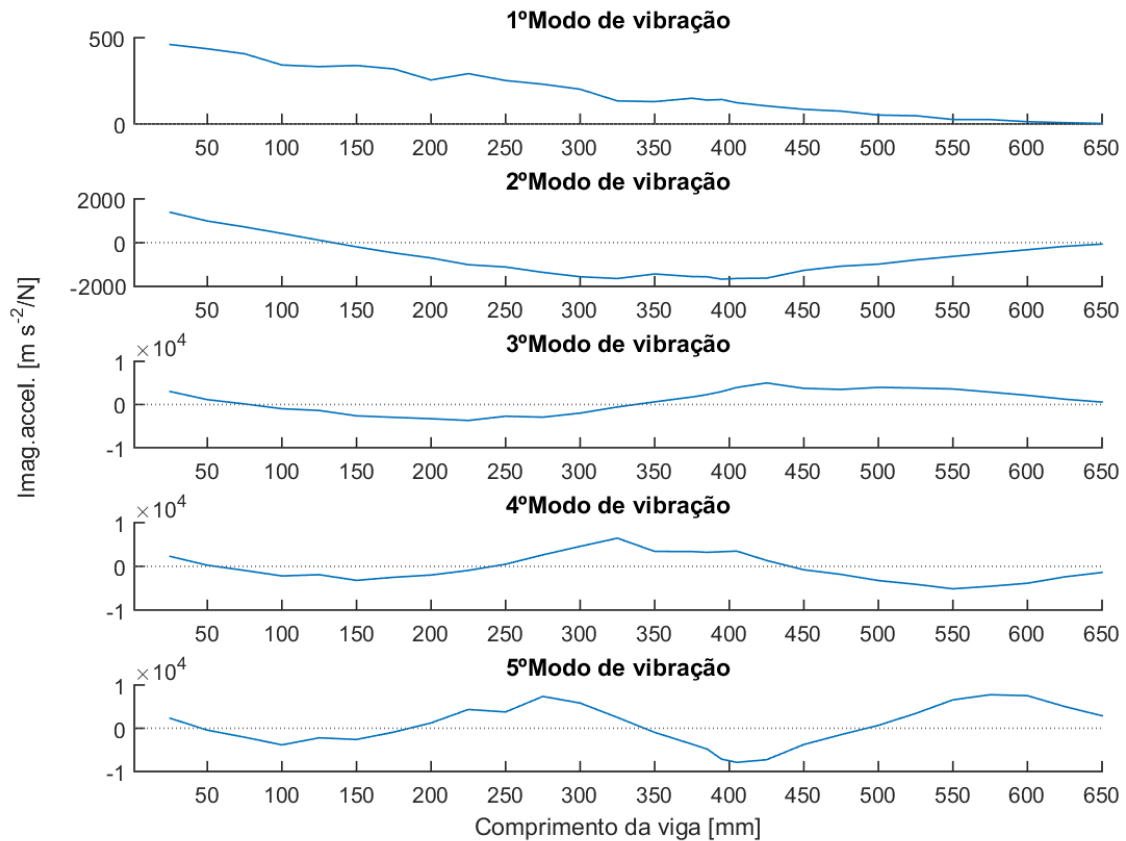


Figura 3.24: Modos de vibração obtidos experimentalmente na condição de encastramento.

3.3.3 Comparação de Parâmetros Modais nos Primeiros Dois Ensaios

Tabela 3.16: Comparação das frequências naturais entre os dois primeiros ensaios.

Ensaios	Frequências Naturais [Hz]				
	1ª Freq.	2ª Freq.	3ª Freq.	4ª Freq.	5ª Freq.
Viga na Condição Livre-livre	66,875	187,500	368,750	612,500	915,000
Viga na Condição de Encastramento	16,250	103,750	294,375	580,000	959,375

Observou-se na passagem do ensaio na condição livre-livre para na condição de encastramento que há uma variação significativa no valor das frequências naturais, na tab.3.16 pode verificar-se essa variação nas primeiras quatro frequências naturais. Esta variação deve-se à introdução do encastramento experimental que restringe os movimentos da viga proporcionando um aumento de rigidez da estrutura. Na transição do 1º ensaio para o 2º, a 5ª frequência natural é a única no segundo ensaio que não baixa, a

razão para esse acontecimento deve-se à trepidação ocorrente própria do ensaio, pois o encastramento experimental numa das extremidades não é suficiente para baixar o valor da 5ª frequência natural, posteriormente com a adição de novos elementos à viga irá verificar-se sucessivamente ao longo dos ensaios um decaimento dos valores de todas frequências naturais, como se poderá verificar no seguinte ensaio (tab.3.19).

Inicialmente de modo a comparar os modos de vibração obtidos nos dois ensaios, realizou-se graficamente sobreposições entre cada modo, correspondendo estes às suas frequências naturais anteriormente detectadas.

Voltou a recorrer-se ao *MATLAB* e desenvolveu-se a interface gráfica com novas aplicabilidades. Enumeraram-se os ensaios experimentais realizados e elaborou-se um algoritmo que acede à base de dados, executa os algoritmos referenciados anteriormente e realiza de modo automático a sobreposição gráfica dos modos de vibração de dois ensaios à escolha, colocando nas *textbox* como mostra a fig.3.25 os valores correspondentes aos respectivos ensaios. Ao pretender comparar os modos de vibração de um ensaio onde ocorre encastramento com o ensaio na condição livre-livre, como há uma variação do número de posições experimentais (da 2ª à 37ª para a 2ª à 29ª), os gráficos apresentam os modos de vibração até à distância correspondente à posição experimental 29 que fica a 650mm da extremidade, onde se dá início ao encastramento (fig.3.26).

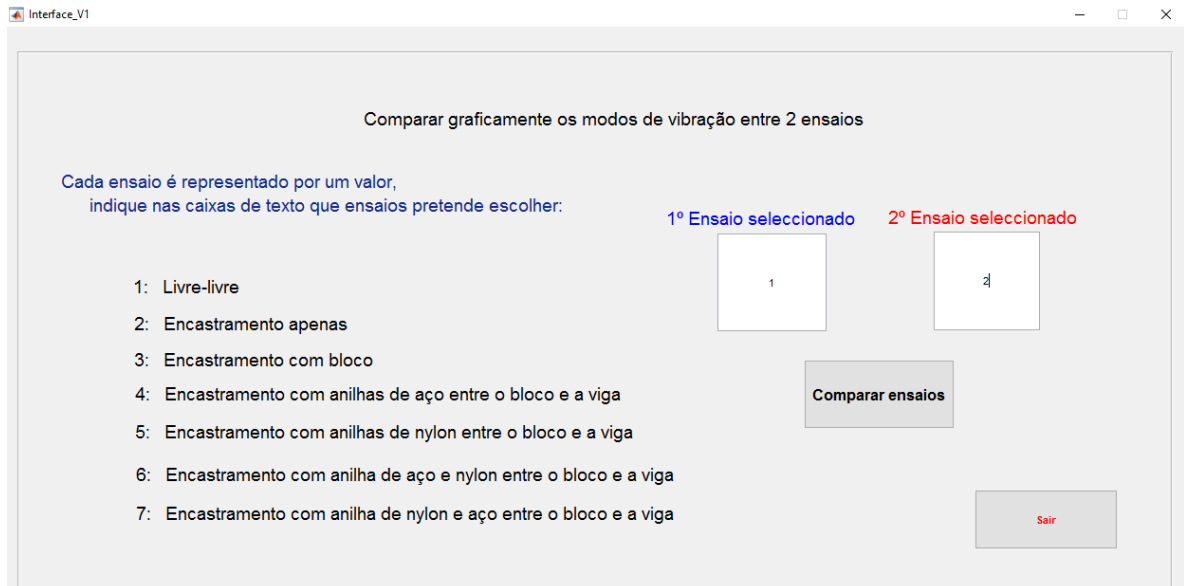


Figura 3.25: Interface gráfica - Sobreposição gráfica dos modos de vibração de dois ensaios.

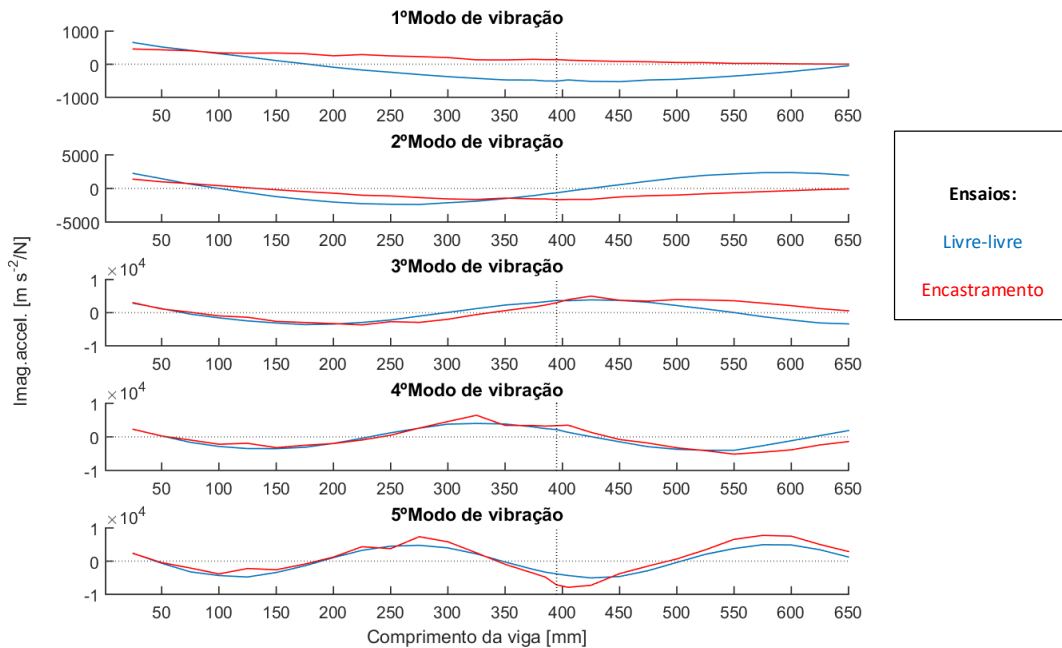


Figura 3.26: Comparação gráfica dos modos de vibração entre o ensaio da viga na condição livre-livre e de encastramento.

Representou-se graficamente a traço interrompido na vertical a posição na viga onde se localiza o furo (a 395mm da extremidade da viga) que permite posteriormente a adição de novos elementos à estrutura. É possível através da fig.3.26 apreender-se que os modos de vibração não variam de forma significativa em relação à existência desse furo.

Na fig.3.26 é representado a vermelho o ensaio na condição de encastramento para a estrutura inicial, neste ensaio não há adição de outros elementos, como tal a supressão de vibrações inicia-se numa das suas extremidades, esta supressão pontual numa das extremidades faz com que haja alguma trepidação na recolha de resultados, contrariando o que ocorre na condição livre-livre, onde os valores obtidos proporcionam uma representação dos modos de vibração de forma mais uniforme ou regular. Com a sobreposição dos dois primeiros modos de vibração dos respectivos ensaios, torna-se graficamente evidente a supressão de vibrações resultante do encastramento experimental (a vermelho). A sobreposição do 1º modo de vibração dos ensaios dá ênfase à variação de amplitude, enquanto no 2º modo do ensaio na condição de encastramento pode observar-se uma tendência para zero a partir dos 350mm, contrariando o ensaio na condição livre-livre essa tendência devido à viga não estar sujeita às mesmas restrições de movimento.

3.3.4 Ensaio na Condição de Encastramento com Acoplamento de um Bloco à Estrutura

Pretendeu-se estudar a resposta experimental quando se adiciona outros elementos à estrutura, como tal, optou-se por realizar cinco novos ensaios:

- 3º Ensaio: Ensaio na condição de encastramento com acoplamento de um bloco à estrutura;
- 4º Ensaio: Ensaio na condição de encastramento com colocação de duas anilhas de aço entre bloco e a viga;
- 5º Ensaio: Ensaio na condição de encastramento com colocação de duas anilhas de nylon entre bloco e a viga;

No 6º e 7º ensaio, colocaram-se duas anilhas de materiais distintos por ordens diferentes:

- 6º Ensaio: Ensaio na condição de encastramento com colocação de um anilha de aço e outra de nylon entre bloco e a viga;
- 7º Ensaio: Ensaio na condição de encastramento com colocação de um anilha de nylon e outra de aço entre bloco e a viga.

No 6º ensaio a anilha de aço está em contacto com a viga e a anilha de nylon em contacto com o bloco. No 7º ensaio a ordem do contacto inverte, tem-se a anilha de nylon em contacto com a viga e a anilha de aço em contacto com o bloco. Optando por estudar experimentalmente estes ensaios pela ordem indicada seria possível entender os fenómenos ocorrentes quando se adiciona o bloco, quais as variações detectadas quando são introduzidas as anilhas entre os elementos e se é significativa a troca do material das anilhas. Por esta ordem de estudo é possível desenvolver modelos numéricos com respostas muito próximas das experimentais como se irá verificar no próximo capítulo.

Realizou-se um terceiro ensaio, este ensaio foi concretizado na condição de encastramento quando um bloco é adicionado à estrutura inicial como podemos ver na fig.3.27.



Figura 3.27: Ensaio da viga na condição de encastramento com bloco acoplado.

Neste momento pretendeu-se comparar o 3º ensaio com os ensaios anteriores. Colocou-se o bloco em contacto total com a viga na posição experimental 18, a 395mm da sua extremidade e fixou-se o bloco à viga com um parafuso M5 sextavado interior. Na zona onde o bloco não tem uma relação de contacto direto com a viga, de forma a que o bloco fosse bem ajustado à cabeça do parafuso, foi adicionado uma porca e uma anilha de aço como ilustra a fig.3.28.

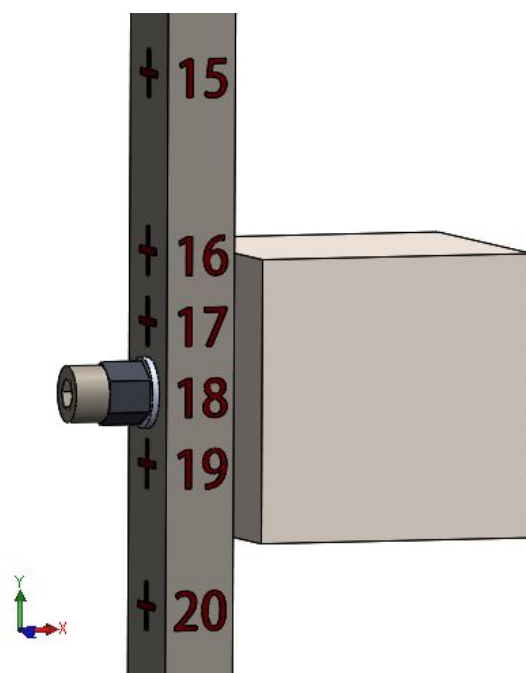


Figura 3.28: 3ºEnsaio - O bloco está em contacto direto com a viga.

Ao longo deste e dos seguintes ensaios, de modo a obter resultados coerentes, foi mantida a relação de perpendicularidade entre a viga e o suporte de encastramento, utilizou-se um parafuso M5 com a finalidade de manter os elementos junto à viga e com auxílio a uma chave dinamométrica considerou-se em todos os ensaios um binário de aperto de 2,5Nm.

Recorrendo-se aos métodos de análise modal utilizados no 2º ensaio onde a viga é encastrada sem adição de qualquer elemento, foram registadas as frequências naturais e os modos de vibração na tab.3.17 e 3.18.

Tabela 3.17: Frequências naturais obtidas no 3º ensaio, na condição de encastramento com acoplamento de um bloco à estrutura.

Frequências Naturais do Ensaio [Hz]				
1ª Freq.	2ª Freq.	3ª Freq.	4ª Freq.	5ª Freq.
15,625	75,000	261,250	505,625	835,000

Tabela 3.18: Modos de vibração obtidos no ensaio da viga na condição de encastramento com acoplamento de um bloco à estrutura.

Posição Experimental	Modos de Vibração $\times 10^3$				
	1º Modo	2º Modo	3º Modo	4º Modo	5º Modo
Posição 2	0,4819	0,7630	3,5686	1,5240	1,4877
Posição 3	0,5047	0,6180	1,9231	0,3677	-0,2438
Posição 4	0,5012	0,5339	0,5439	-0,6273	-1,7803
Posição 5	0,3981	0,3758	-0,8740	-1,4289	-2,5293
Posição 6	0,4539	0,2685	-2,2259	-2,1702	-2,8907
Posição 7	0,4241	0,1366	-3,0761	-2,2856	-2,1355
Posição 8	0,3859	0,0243	-3,7111	-2,1478	-1,2204
Posição 9	0,3041	-0,0851	-4,0504	-1,6769	0,0765
Posição 10	0,3859	-0,2153	-5,0583	-1,1561	1,5813
Posição 11	0,3243	-0,2698	-4,2218	-0,3972	2,9242
Posição 12	0,2309	-0,3581	-3,3037	0,4140	2,9478
Posição 13	0,2369	-0,4018	-2,8907	1,0000	3,2999
Posição 14	0,2138	-0,4416	-1,6596	1,4808	2,2856
Posição 15	0,1569	-0,4426	-0,7907	1,4588	1,1130
Posição 16	0,1467	-0,4587	0,2208	1,0715	-0,0658
Posição 17	0,1515	-0,4753	0,5426	0,8232	-0,4145
Posição 18	0,1016	-0,4036	0,7898	0,4704	-0,5489
Posição 19	0,1683	-0,4831	1,4355	0,2226	-1,5722
Posição 20	0,1392	-0,4566	1,9724	-0,3895	-1,7238
Posição 21	0,1053	-0,4222	2,5645	-1,2633	-0,9300
Posição 22	0,0821	-0,3846	2,6638	-1,8707	0,4340
Posição 23	0,0658	-0,3327	2,9648	-2,6092	2,6303
Posição 24	0,0440	-0,2989	2,8576	-2,5704	3,6898
Posição 25	0,0279	-0,2272	2,4860	-2,7447	5,4765
Posição 26	0,0244	-0,1603	1,7660	-2,2029	4,6720
Posição 27	0,0168	-0,1165	1,3474	-1,7179	4,6238
Posição 28	0,0132	-0,0670	0,6699	-0,9806	2,1038
Posição 29	0,0032	-0,0348	0,2432	-0,3750	0,7638

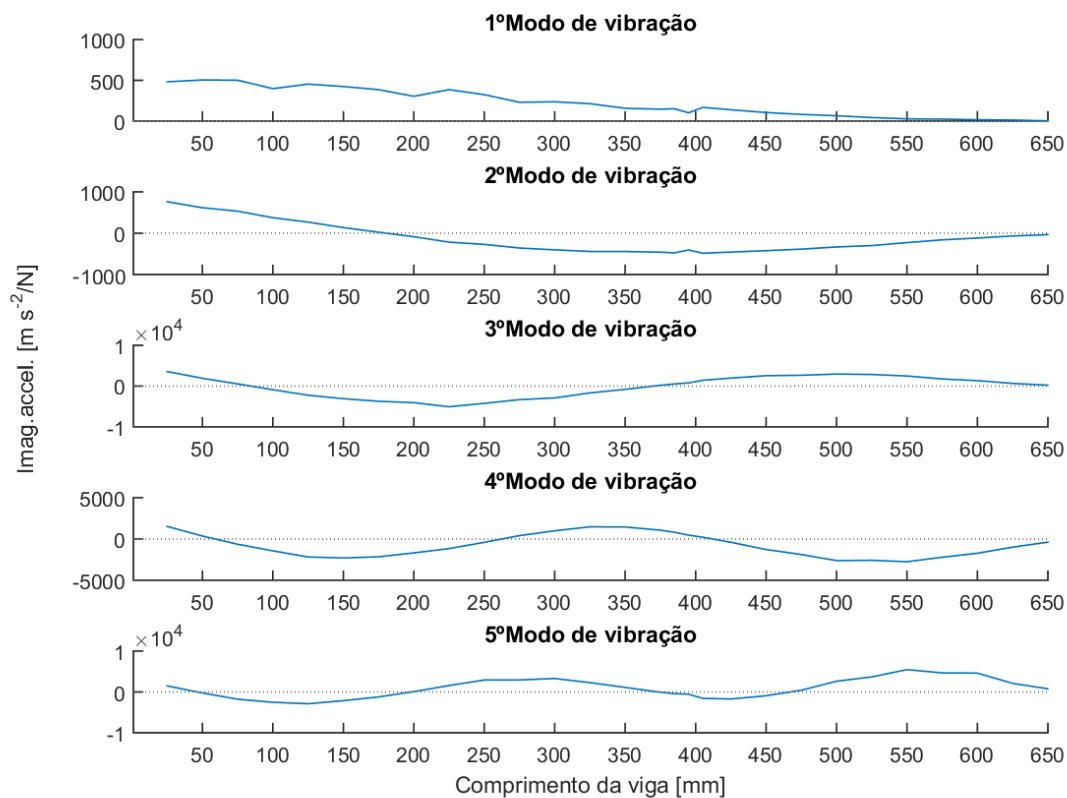


Figura 3.29: Modos de vibração obtidos no ensaio da viga na condição de encastramento com acoplamento de um bloco à estrutura.

3.3.5 Comparação de Parâmetros Modais nos Primeiros Três Ensaio

Tabela 3.19: Comparação das frequências naturais entre os três primeiros ensaios.

Ensaio	Frequências Naturais [Hz]				
	1ª Freq.	2ª Freq.	3ª Freq.	4ª Freq.	5ª Freq.
Viga na Condição Livre-livre	66,875	187,500	368,750	612,500	915,000
Viga Condição Encastramento	16,250	103,750	294,375	580,000	959,375
Viga na Condição de Encastramento com Acoplamento de um Bloco à Estrutura	15,625	75,000	261,250	505,625	835,000

Como observado anteriormente, ao longo dos ensaios com a introdução do encastramento e agora a adição de um bloco à estrutura, as vibrações vão sendo suprimidas pelo aumento de rigidez na própria estrutura, resultando no decair das frequências naturais.

Desenvolveu-se uma outra interface gráfica (fig.3.30) idêntica à anterior cuja diferença resulta na possibilidade de comparar graficamente os modos de vibração entre três ensaios.

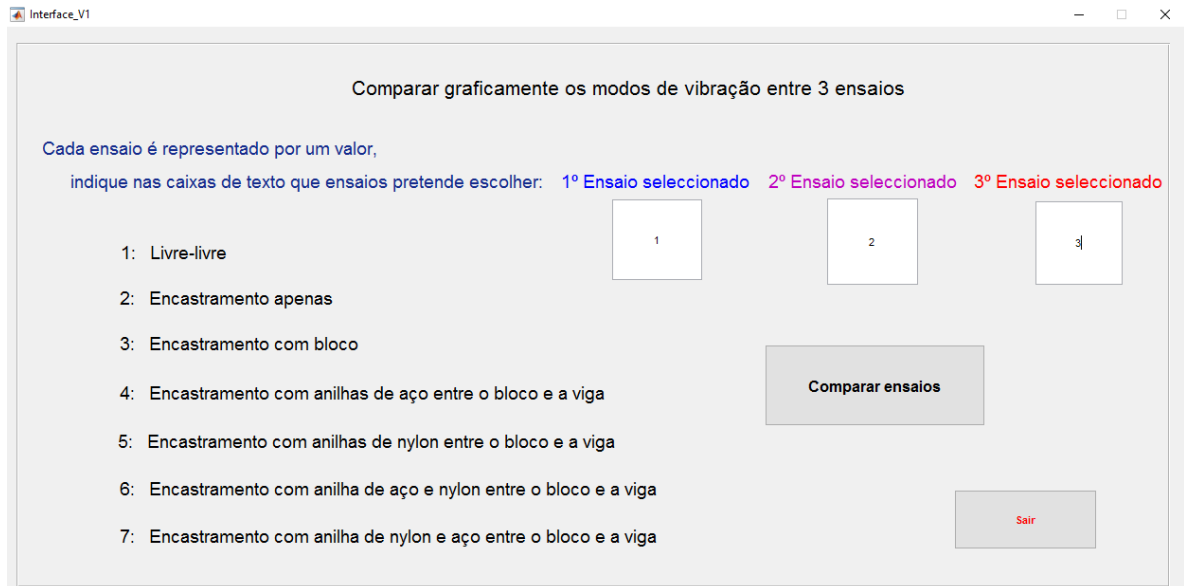


Figura 3.30: Interface gráfica - Sobreposição gráfica dos modos de vibração de três ensaios.

Em caso de dúvida no ensaio seleccionado, recorrendo à *command window* do *MATLAB* é sempre possível confirmar os ensaios seleccionados e a sua respectiva cor, como mostra a seguinte figura:

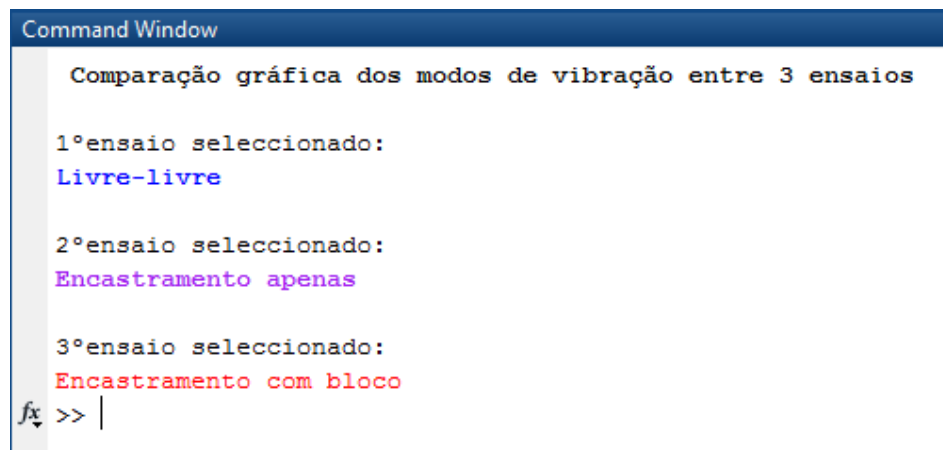


Figura 3.31: Ensaio seleccionado são apresentados na command window.

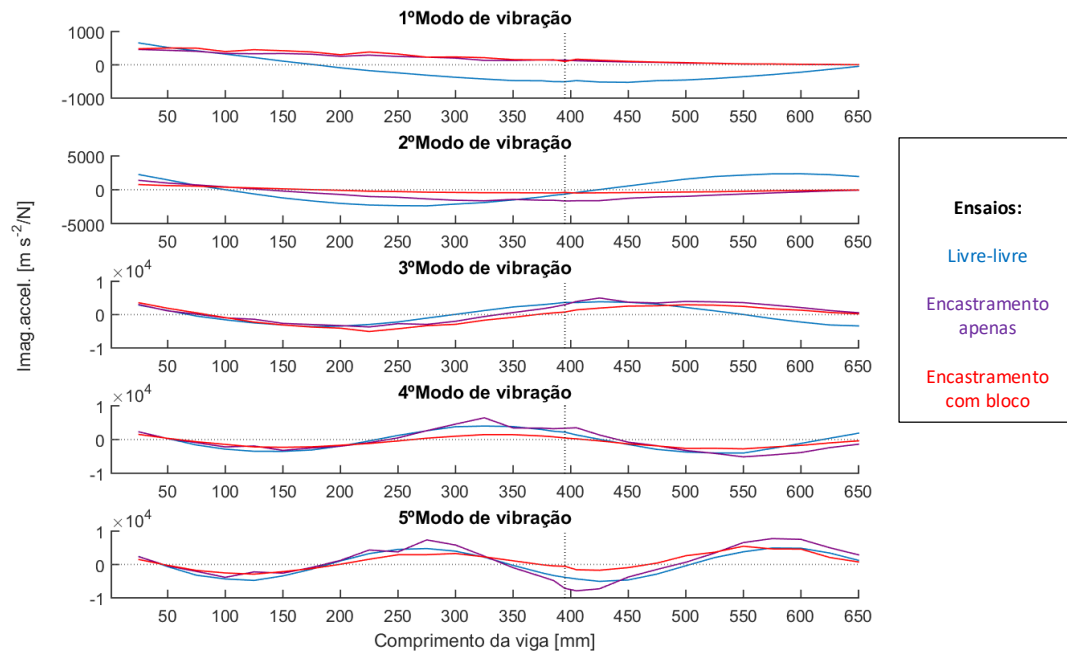


Figura 3.32: Comparação gráfica dos modos de vibração entre os três primeiros ensaios.

Na fig.3.32 pode observar-se que o ensaio representado a azul (na condição livre-livre) verifica uma resposta diferente nos primeiros dois modos de vibração em relação ao 2º e 3º ensaio, essa variação deve-se à ausência do encastramento no 1º ensaio que resulta na obtenção de maior amplitude na resposta referente aos primeiros modos.

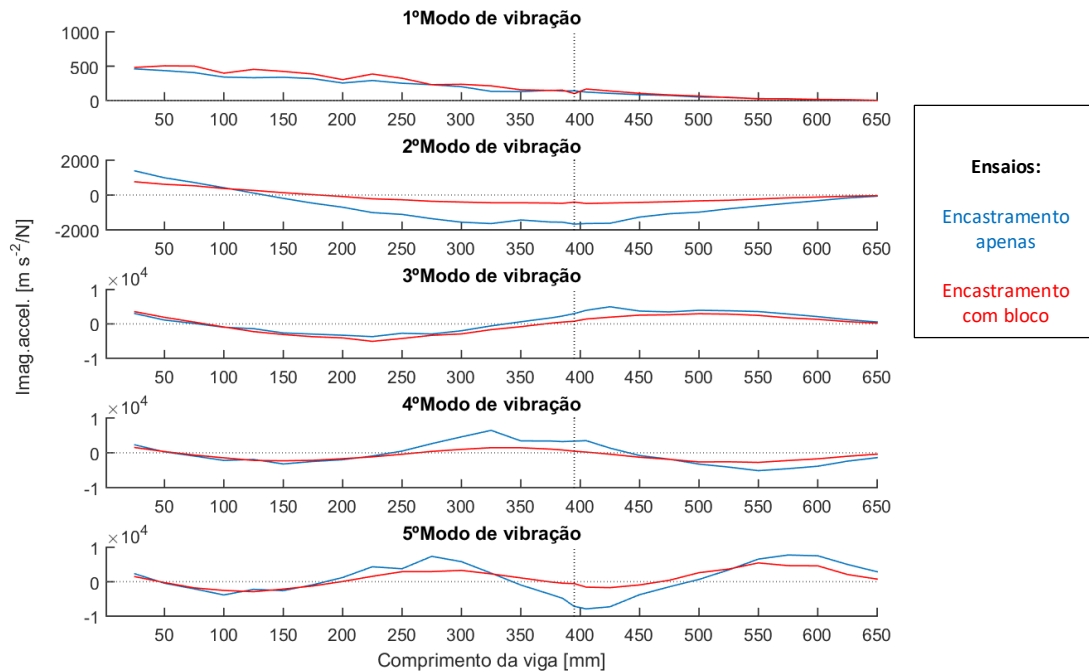


Figura 3.33: Comparação gráfica dos modos de vibração entre ensaios na condição de encastramento com e sem bloco.

Na fig.3.33 representou-se a azul o ensaio na condição de encastramento (2º ensaio), enquanto a vermelho foi representado o ensaio na mesma condição de encastramento embora tenha sido adicionado um bloco em contacto total com a viga (3º ensaio). Como esperado ao longo dos modos de vibração, verificou-se uma menor amplitude nas respostas a vermelho que representam a supressão de vibrações causadas pela presença do bloco em contacto total com a viga.

3.3.6 Ensaio na Condição de Encastramento com Colocação de Anilhas entre o Bloco e a Viga

Após a realização e análise dos ensaios descritos até ao momento, propôs-se a inserção de anilhas entre o bloco e a viga como representado na fig.3.34, pretendeu-se estudar esse efeito e ter conhecimento de qual a relevância do tipo de material escolhido para as anilhas mediante a sua localização na estrutura. Na realização destes ensaios executou-se os mesmo métodos e foram respeitadas as condições impostas inicialmente, tal como a pressão utilizada no encastramento experimental e o binário de aperto sobre o parafuso, desta forma foi possível obter resultados coerentes quando os ensaios são comparados entre si.

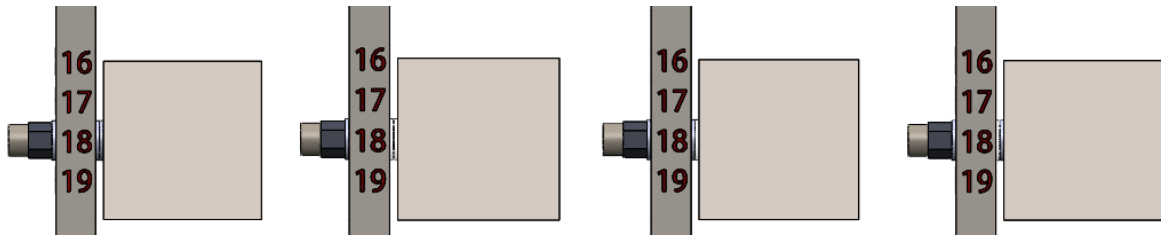


Figura 3.34: Inserção de anilhas na estrutura, do 4º ao 7º ensaio respectivamente.

Colocando-se a questão do material das anilhas ter influência no comportamento dinâmico da estrutura, surgiu a questão da influência do seu posicionamento para a situação em estudo. Optou-se por alterar a posição de um conjunto de anilhas mistas como é apresentado nos últimos dois ensaios (6º e 7º). No 6º ensaio a viga é colocada em contacto directo com a anilha de aço e o bloco em contacto com a anilha de nylon, enquanto no 7º ensaio as anilhas são colocadas por ordem contrária.

3.3.6.1 Resultados Iniciais

De modo a realizar uma análise modal referente aos ensaios que contêm anilhas entre bloco e a viga, utilizou-se os mesmos métodos que nos ensaios anteriores e obteve-se os seguintes resultados:

Tabela 3.20: Comparação das frequências naturais entre ensaios que possuem elementos acoplados à estrutura inicial.

Ensaio na Condição de Encastramento com:	Frequências Naturais [Hz]					
	1ª Freq.	2ª Freq.	3ª Freq.	4ª Freq.	5ª Freq.	6ª Freq.
Acoplamento de um Bloco à Estrutura	15,625	75,000	261,250	505,625	835,000	————
Colocação de Anilhas de Aço entre a Viga e o Bloco	15,000	72,500	253,125	435,000	625,000	871,250
Colocação de Anilhas de Nylon entre a Viga e o Bloco	15,000	71,875	285,625	541,250	845,000	————
Colocação de Anilha de Aço e Nylon entre a Viga e o Bloco	15,000	71,875	240,625	326,250	556,250	851,875
Colocação de Anilha de Nylon e Aço entre a Viga e o Bloco	15,000	71,875	235,000	311,875	547,500	848,750

Na tabela 3.20 pode observar-se a detecção de uma nova frequência natural com a inserção de anilhas à excepção do ensaio em que são utilizadas duas anilhas de nylon. A detecção de uma nova frequência natural na gama de frequência de 0 a 1KHz é associada a um novo modo de vibração. Para entender melhor o sucedido, prosseguiu-se com a sobreposição gráfica de modos de vibração entre os respectivos ensaios.

Compararam-se os primeiros cinco modos de vibração detectados no ensaio em que se insere duas anilhas de aço com o ensaio onde são inseridas duas anilhas de nylon como mostra graficamente a fig.3.35.

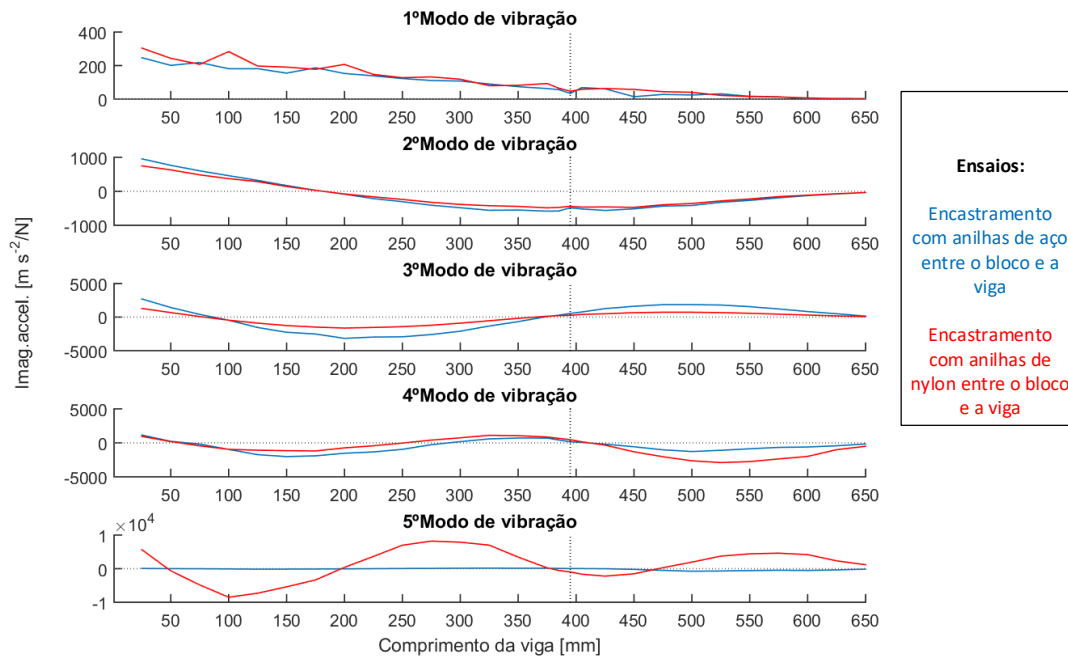


Figura 3.35: Comparação gráfica dos primeiros cinco modos de vibração entre os ensaios em que são utilizadas respectivamente anilhas de aço e de nylon (4º e 5º ensaio).

Observou-se que no 5º modo de vibração os dois ensaios não se correspondem. Como tal desenvolveu-se um algoritmo que indica por ordem crescente todas as frequências detectadas como naturais nos dois ensaios e sobrepõe graficamente a parte imaginária correspondente a essas frequências, como mostra a fig.3.36.

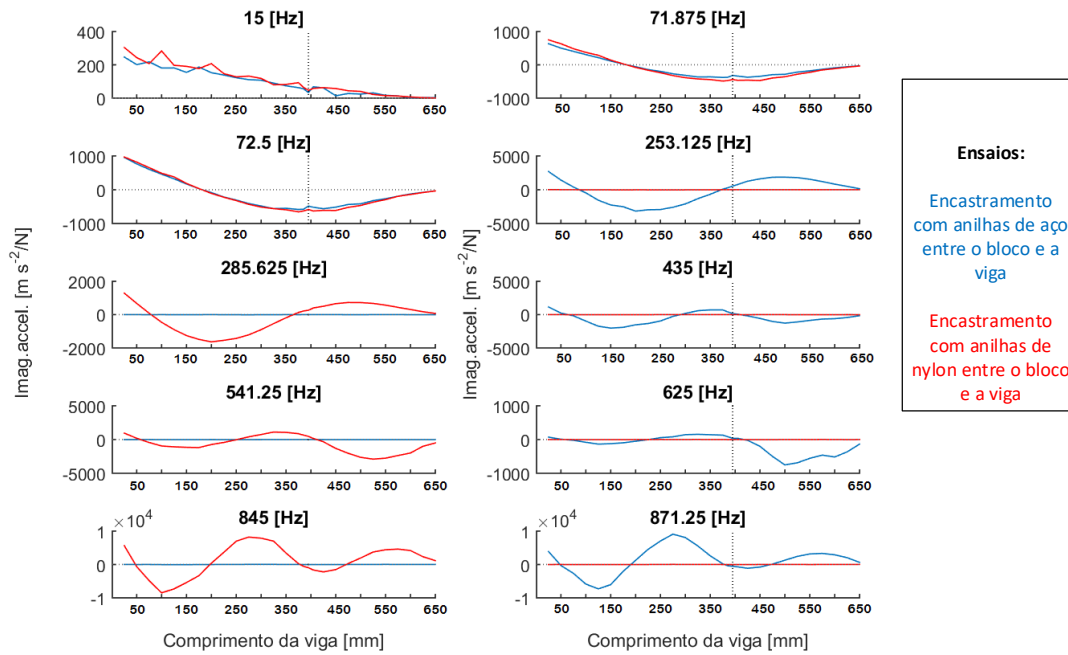


Figura 3.36: Parte imaginária correspondente a todas as frequências naturais detectadas nos dois ensaios.

Na fig.3.36 pode verificar-se que os modos não devem ser comparados pela sua ordem de detecção. De forma a entender melhor o sucedido, na interface desenvolveu-se a opção de comparar as FRF de dois ensaios. Selecionou-se os ensaios que comparou-se o efeito de anilhas de aço em relação às de nylon e como resposta a essa comparação obteve-se os resultados apresentados na fig.3.37.

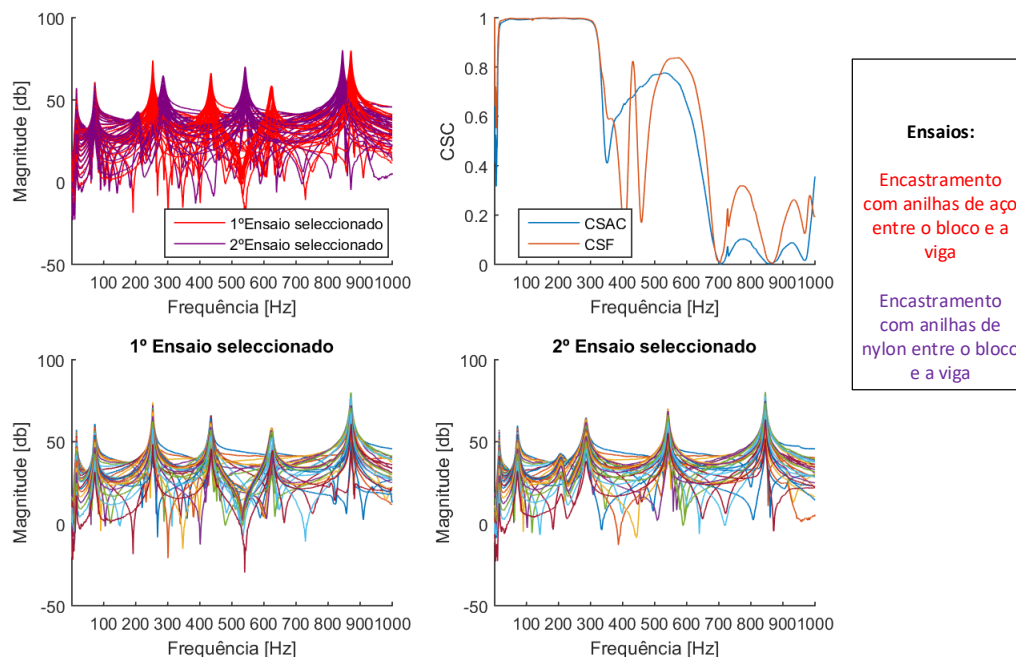


Figura 3.37: Comparação das FRF de dois ensaios e utilização das técnicas de correlação CSAC e CSF.

Na fig.3.37 acima apresentada pode observar-se que no ensaio em que são utilizadas anilhas de nylon há um impedimento na formação de uma frequência natural a 200 Hz devido ao amortecimento causado pelo material em questão. Como consequência desse amortecimento a parte imaginária e real não conseguem detectar essa frequência, não podendo assumi-la como frequência natural, como tal utilizaram-se os métodos de correlação CSAC e CSF e o desfasamento entre ensaios torna-se evidente a partir dos 300 Hz. O amortecimento próximo dos 200Hz influencia de tal modo a resposta dinâmica da estrutura que permite mostrar que nem todos os ensaios realizados têm respostas idênticas e que a ordem dos modos de vibração detectados podem não corresponder, não devendo comparar-se modos de vibração entre ensaios pela sua ordem de detecção mas pela sua proximidade ou semelhança. O algoritmo desenvolvido até ao momento de forma a realizar uma comparação entre dois ensaios terá de ser alterado.

Surgiu assim um novo desafio, como saber os modos de vibração que se assemelham entre dois ensaios.

3.3.6.2 Seleção dos Modos de Vibração que se Assemelham entre Dois Ensaios

PROBLEMA EXISTENTE

Pretendeu-se descobrir que modos de vibração se assemelham entre os sete ensaios, sendo necessário realizar quarenta e duas comparações. Como exemplo do problema em questão, irá apresentar-se a comparação da parte imaginária observada nas frequências naturais detectadas de dois ensaios. Recorrendo ao algoritmo desenvolvido anteriormente obteve-se a seguinte figura:

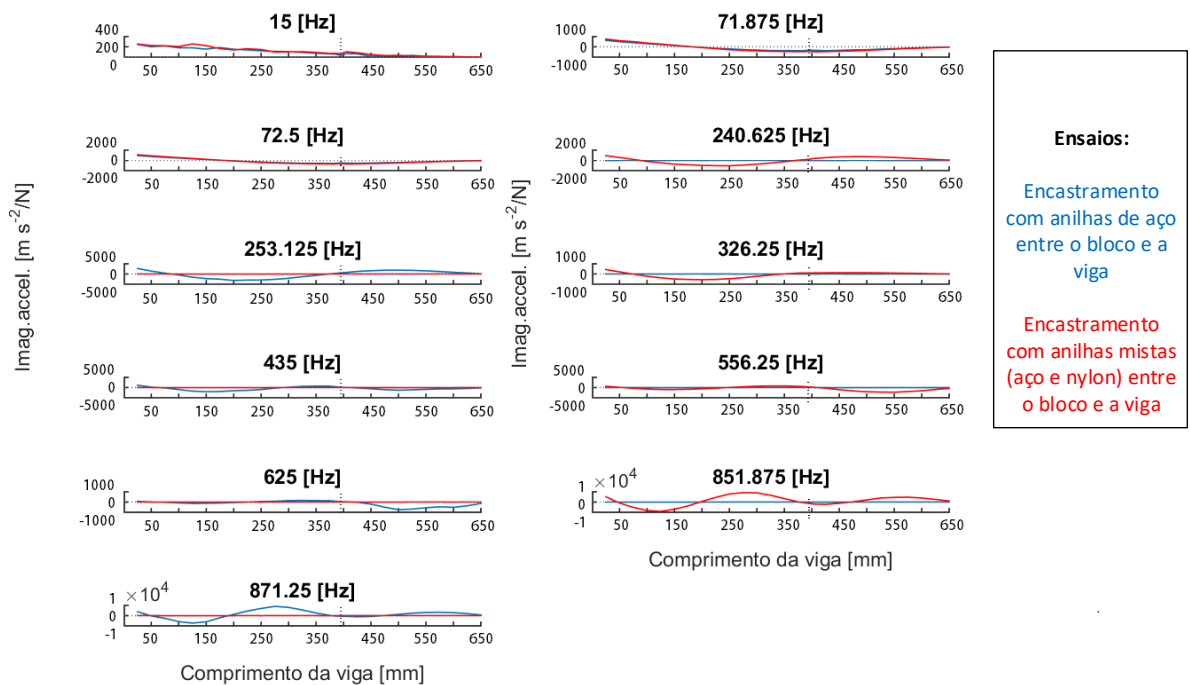


Figura 3.38: Parte imaginária correspondente a todas as frequências naturais detectadas nos ensaios em que se inserem anilhas de aço e uma mistura de anilhas (aço e nylon).

Visualmente, ainda sem recurso ao algoritmo que resolve este problema, tentou-se identificar os modos de vibração que se assemelham entre o ensaio em que são utilizadas anilhas de aço e os ensaios em que se utiliza duas anilhas de nylon (fig.3.36) e a mistura de anilhas de aço com nylon (fig.3.38), produzindo-se assim a seguinte tabela.

Tabela 3.21: Modos de vibração a comparar entre ensaios - Detecção visual.

Ensaio Escolhido	Ensaio a Comparar	
2x Anilhas Aço	2x Anilhas Nylon	Anilha Aço e Nylon
Numeração dos Modos de Vibração		
1	1	1
2	2	2
3	3	3 ou 4
4	3 ou 4	4 ou 5
5	4	5
6	5	6
Modos de Vibração em Dúvida:	1	2

Na tab.3.21 são realizadas duas comparações entre ensaios, apesar de não existirem dúvidas em relação aos modos de vibração que se assemelham no 1º, 2º, 5º e 6º modo do ensaio escolhido para comparação, na 1ª comparação surgem dúvidas em relação ao 4º modo e na 2ª comparação em relação ao 3º e 4º modo. Este método de identificação visual geralmente deixa algumas dúvidas e suscita com regularidade erros de leitura, sendo associado a essa interpretação visual um gasto temporal.

SOLUÇÃO ENCONTRADA

Pretendeu-se obter uma comparação correcta entre os ensaios, desta forma seria possível ter conhecimento que modos corresponderiam entre si e como seria a sua sobreposição gráfica. De modo a realizar-se as quarenta e duas comparações de forma expedita e coerente, desenvolveu-se um algoritmo com recurso ao método de correlação MAC que resolve este problema de forma automática para todos os casos.

O método de correlação MAC permite comparar os ensaios que possuam as suas matrizes modais com as mesmas dimensões, tais como ensaios que possuam o mesmo número de frequências naturais e posições experimentais.

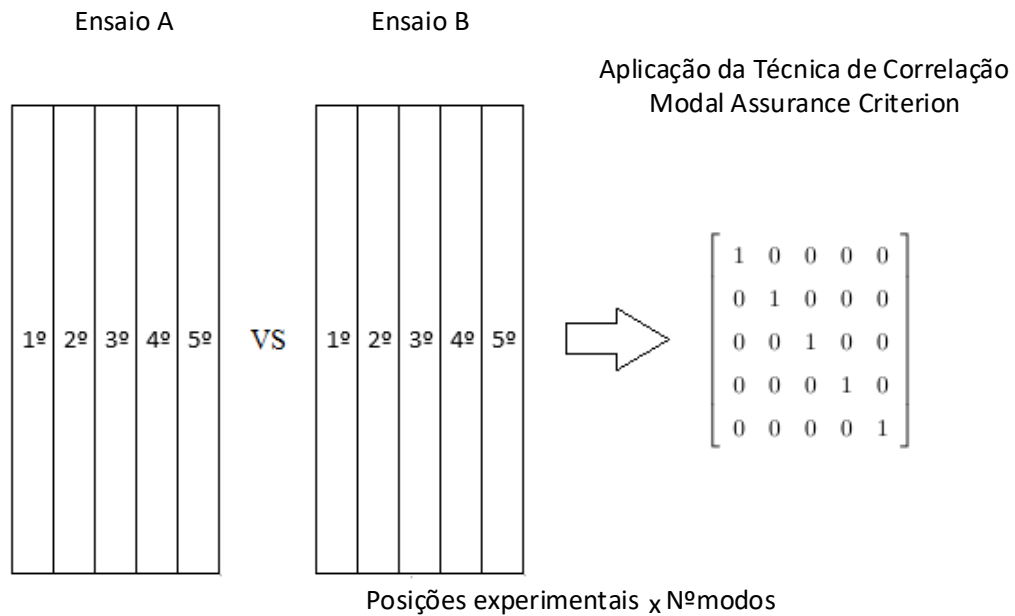


Figura 3.39: Comparação entre dois ensaios com respostas iguais.

Aa fig.3.39 ilustra a comparação de dois ensaios com o mesmo numero de modos e posições experimentais, recorrendo à utilização da técnica MAC como se pode observar, resulta uma matriz identidade de dimensões correspondentes ao número de modos significando que as respostas adquiridas em ambos os ensaios foi exactamente a mesma, poderia até afirmar-se que os ensaios são iguais.

A comparação apresentada na figura acima não corresponde à comparação que se pretende realizar, pois o número de frequências naturais detectadas (número de modos de vibração) e as posições experimentais entre os ensaios seleccionados são diferentes. Em seguida irá apresentar-se uma explicação do processo que resolve os problemas encontrados com um exemplo genérico.

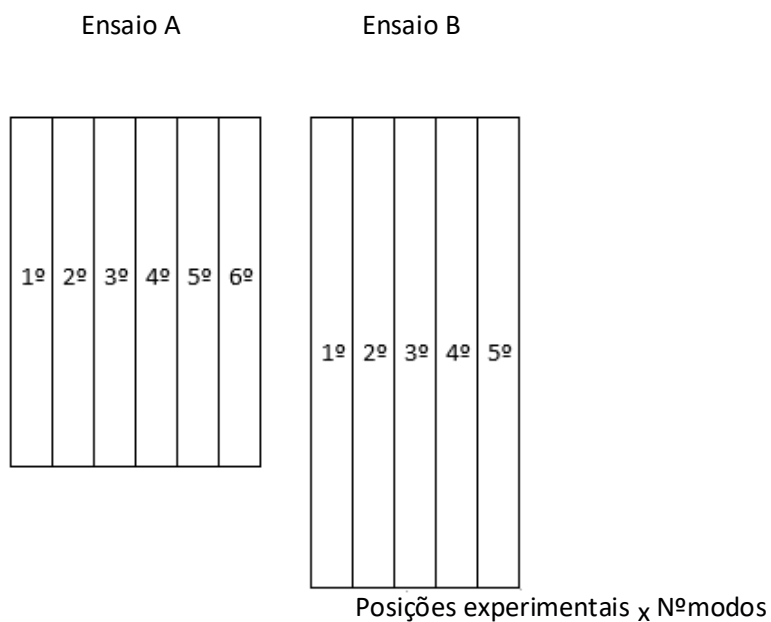


Figura 3.40: Comparação entre dois ensaios com respostas diferentes.

Selecionou-se arbitrariamente dois ensaios, no ensaio A são detectadas seis frequências naturais enquanto no ensaio B apenas cinco. Como explicação da resolução do problema irá exemplificar-se como foi utilizado o MAC para indicar a que modo do ensaio B corresponde o 1º modo do ensaio A (fig.3.40). Sabendo-se que o número de posições experimentais pode ir da posição 2 à 37 e da 2 à 29 devido ao encastramento experimental ser iniciado na posição 30, sempre que um dos ensaios em comparação estiver na condição de encastramento o número de posições experimentais a comparar passará de trinta e seis para vinte e oito.

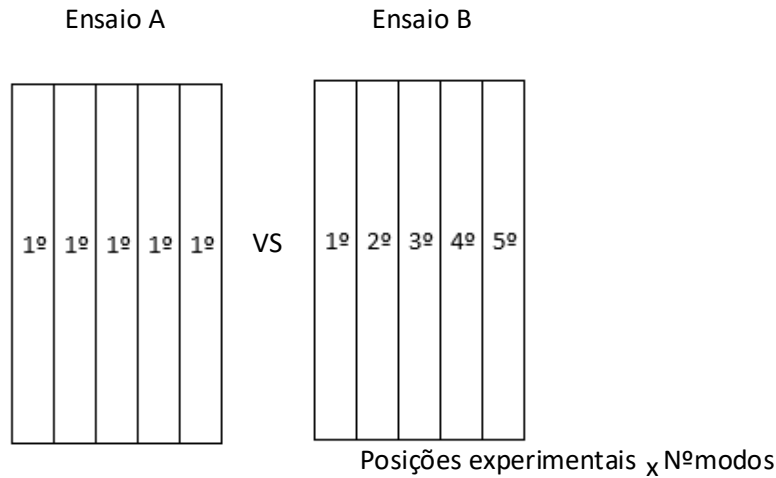


Figura 3.41: Comparação entre dois ensaios igualando as dimensões das matrizes modais.

A fig.3.41 apresenta a inserção do 1º modo de vibração obtido no ensaio A por colunas de forma repetida, onde o número de colunas é igual ao número de modos de vibração do ensaio B e o número de linhas é igual ao número mínimo de posições experimentais existentes nos dois ensaios. A matriz modal que representa o ensaio B tem a mesma dimensão que a matriz modal do ensaio A e é inserido por colunas os valores da parte imaginária que representam os modos do ensaio B. Com base na técnica MAC obtém-se uma matriz de dimensões 5x5 onde a sua diagonal terá um dos seus elementos muito próximo de 1, a posição desse elemento (nº de coluna ou linha) irá indicar que modo do ensaio B corresponde ao 1º modo do ensaio A. Repetindo o processo para os restantes modos do ensaio A é possível ter conhecimento que modos dos ensaio A correspondem ao ensaio B.

Recorrendo novamente à interface gráfica onde foi aplicado este novo algoritmo podemos observar na *command window* as frequências naturais de cada ensaio e a que modo correspondem em relação a outro ensaio (fig.3.42) tal como a sobreposição gráfica dos modos que se assemelham entre ensaios (fig.3.43).

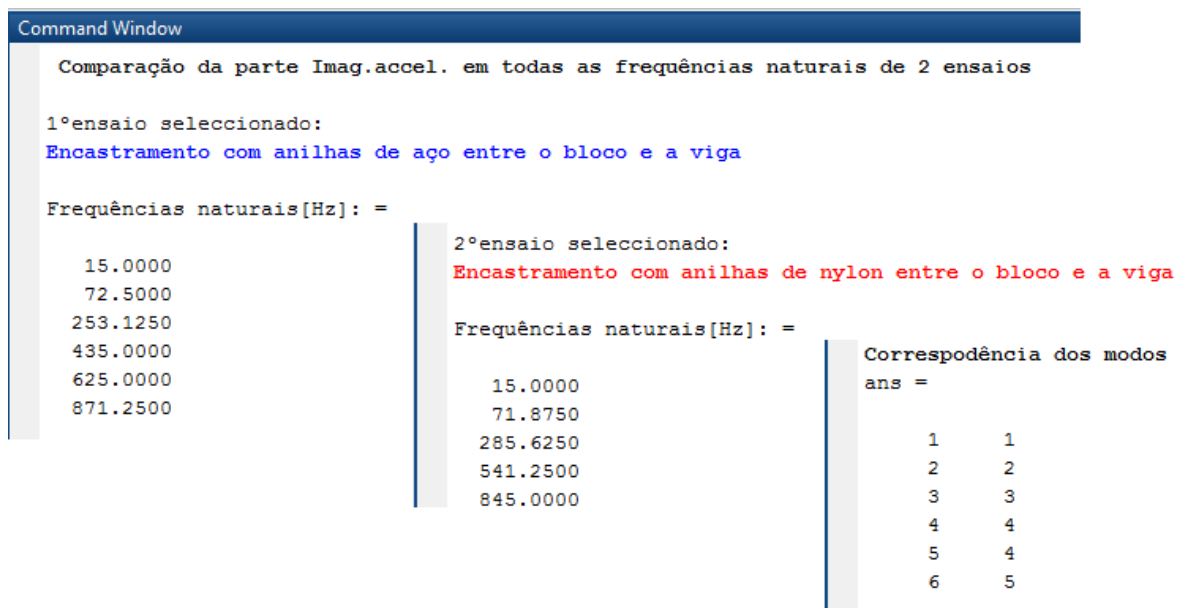


Figura 3.42: Exemplo da resposta dada pelo MATLAB ao novo algoritmo.

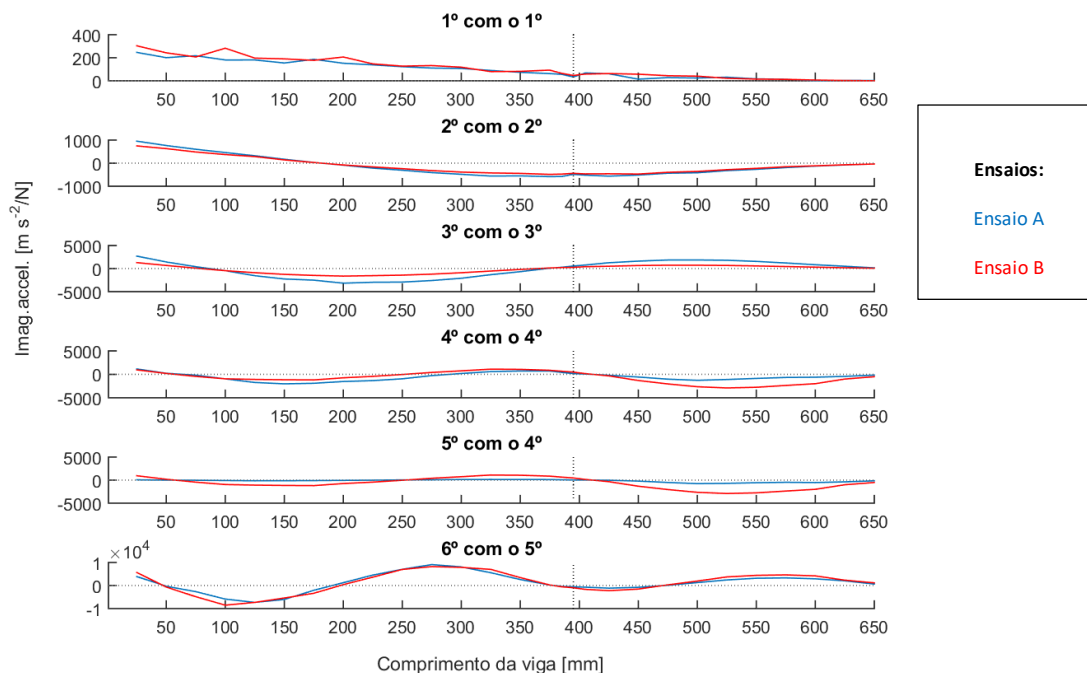


Figura 3.43: Exemplo de sobreposição de modos que se assemelham comparando A com B.

Na fig.3.43 observar-se que no ensaio A o 4º e 5º modo de vibração são ambos semelhantes ao 4º modo de vibração do ensaio B e é colocada outra questão, a que modo do ensaio A corresponde o 4º modo do ensaio B. Perante esta situação em que o ensaio A tem um número de modos superior ao

ensaio B, na interface gráfica basta selecionar como primeiro ensaio o ensaio B e como segundo ensaio o A para o processo ser aplicado de forma inversa, permitindo saber que modos de vibração do ensaio B correspondem aos modos do ensaio A (fig.3.44).

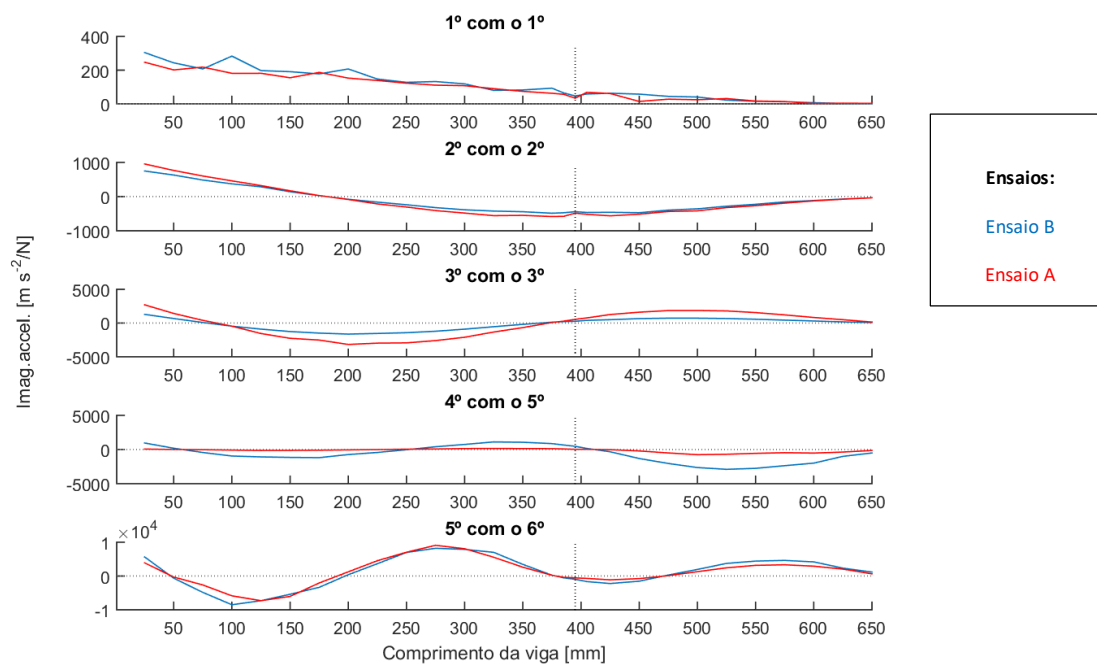


Figura 3.44: Exemplo de sobreposição de modos que se assemelham comparando B com A.

RESULTADOS

Tabela 3.22: Frequências naturais obtidas nos ensaios realizados.

Ensaio nas Condição	Frequências Naturais [Hz]					
	1ª Freq.	2ª Freq.	3ª Freq.	4ª Freq.	5ª Freq.	6ª Freq.
Livre-livre	66,875	187,500	368,750	612,500	915,000	————
Encastramento	16,250	103,750	294,375	580,000	959,375	————
Ensaio na Condição de Encastramento com:						
Acoplamento de um Bloco à Estrutura	15,625	75,000	261,250	505,625	835,000	————
Colocação de Anilhas de Aço entre a Viga e o Bloco	15,000	72,500	253,125	435,000	625,000	871,250
Colocação de Anilhas de Nylon entre a Viga e o Bloco	15,000	71,875	285,625	541,250	845,000	————
Colocação de Anilha de Aço e Nylon entre a Viga e o Bloco	15,000	71,875	240,625	326,250	556,250	851,875
Colocação de Anilha de Nylon e Aço entre a Viga e o Bloco	15,000	71,875	235,000	311,875	547,500	848,750

Ao analisar os resultados na tab.3.22, verificou-se que a adição de anilhas de aço provoca o aparecimento de uma nova frequência natural na gama de frequência de 0 a 1000Hz. Sabendo que as anilhas de nylon são mais flexíveis que as anilhas de aço, esperar-se-ia que na gama de estudo pudesse incluir-se o mesmo número de modos ou um número de modos superior. Como se verificou o oposto, um maior número de frequências naturais com a introdução de anilhas de aço, tal como foi mostrado na metodologia dos modos semelhantes em que se realizou a sobreposição dos modos, conseguiu-se mostrar que há modos que não se assemelham, ou seja, há um modo de vibração que não é comparável.

De forma a apresentar valores que provem de forma coerente o sucedido, desenvolveu-se um algoritmo baseado na técnica de correlação MAC que compara os ensaios que obtiveram na sua resposta cinco modos de vibração com ensaios de seis modos de vibração (nesta situação os que têm anilhas de

aço), resultando uma matriz MAC de 5x6.

Optou-se por comparar como mostra as matrizes MAC (3.1, 3.2 e 3.3) e as fig.3.45, 3.46 e 3.47 o ensaio na condição de encastramento com acoplamento de um bloco (cinco modos de vibração) em relação aos ensaios em que são introduzidas anilhas de aço.

$$MAC_1 = \begin{bmatrix} 0,9834 & 0,0140 & 0,0950 & 0,2149 & 0,0065 & 0,0022 \\ 0,0184 & 0,9973 & 0,0116 & 0,0129 & 0,0414 & 0,1859 \\ 0,0858 & 0,0029 & 0,9897 & 0,1148 & 0,1809 & 0,0185 \\ 0,0701 & 0,0050 & 0,0002 & 0,8298 & 0,7098 & 0,0329 \\ 0,0000 & 0,1261 & 0,0083 & 0,0082 & 0,2723 & 0,6711 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

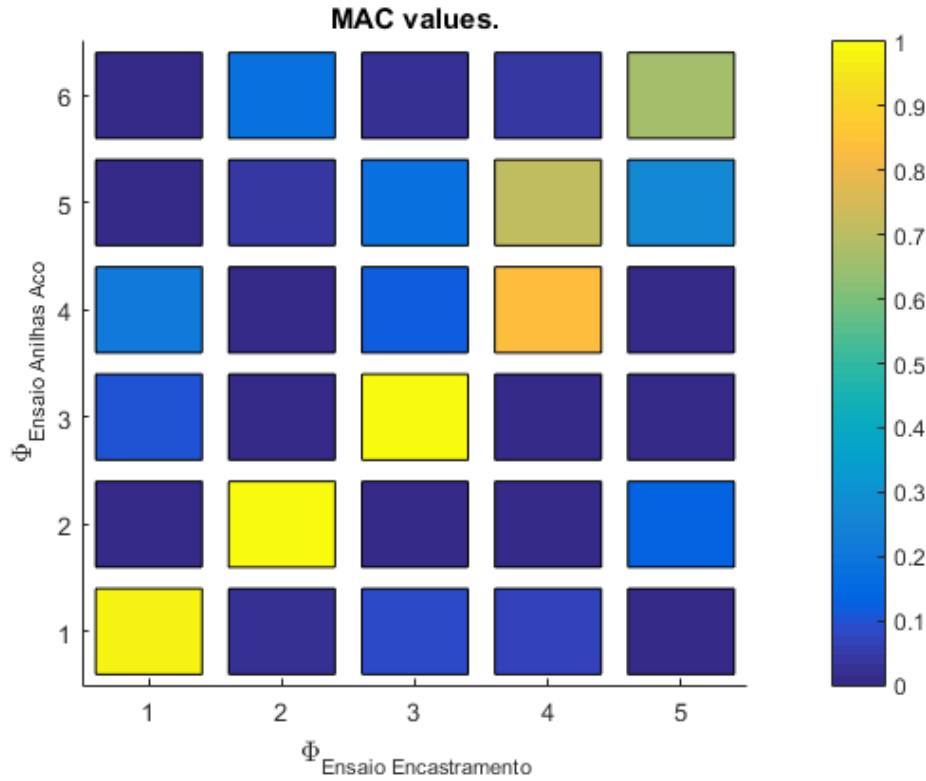


Figura 3.45: Gráfico MAC - Semelhança entre os modos de vibração do ensaio na condição de encastramento e o ensaio com anilhas de aço.

A matriz 3.1 representa a comparação entre o ensaio com bloco e o ensaio em que são introduzidas duas anilhas de aço. Nesta matriz 3.1 na 4ª linha, o valor mais alto é o 0,8298 correspondente à 4ª coluna (4º modo de vibração do ensaio com anilhas) e para 5ª linha o valor mais alto situa-se na 6ª coluna, querendo isso dizer que a coluna que não é correspondida é a 5ª, ou seja, não há para o ensaio com anilhas um modo de vibração que se assemelhe mais com modo da 5ª frequência natural.

Na 4ª coluna pode observa-se que o modo de vibração mais próximo é o da 4ª linha (0,7098) embora não seja suficiente alto como o 0,8298.

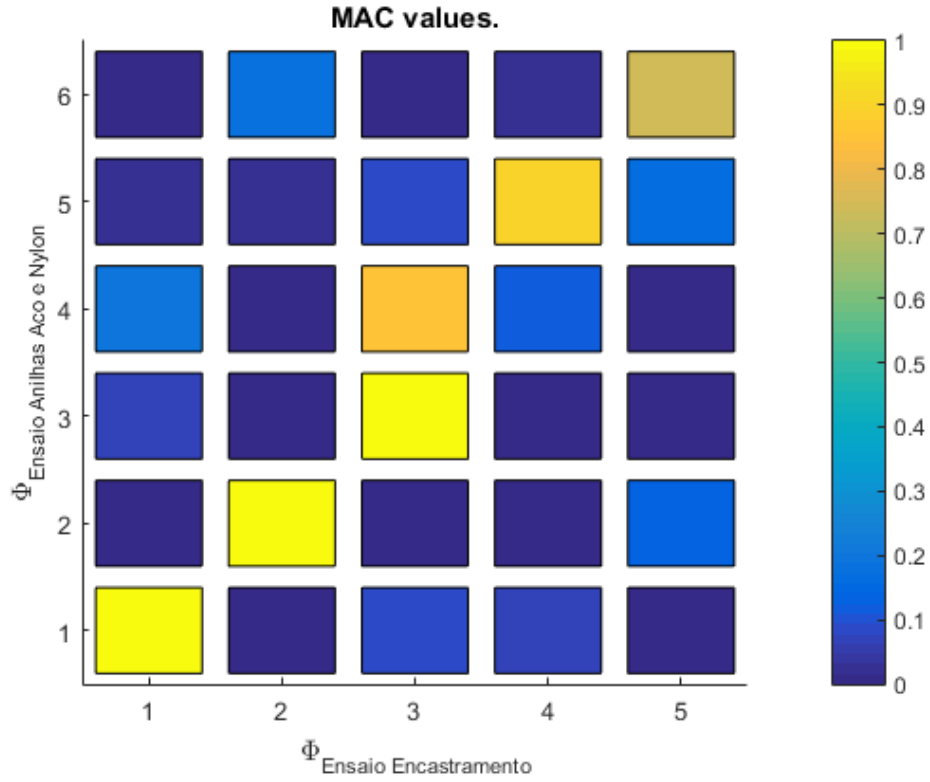


Figura 3.46: Gráfico MAC - Semelhança entre os modos de vibração do ensaio na condição de encastamento e o ensaio com anilhas de aço e nylon.

$$MAC_2 = \begin{bmatrix} 0,9873 & 0,0110 & 0,0651 & 0,1973 & 0,0284 & 0,0025 \\ 0,0113 & 0,9985 & 0,0057 & 0,0099 & 0,0203 & 0,1771 \\ 0,0796 & 0,0013 & 0,9886 & 0,8516 & 0,0828 & 0,0030 \\ 0,0761 & 0,0057 & 0,0050 & 0,1170 & 0,9038 & 0,0293 \\ 0,0028 & 0,1296 & 0,0073 & 0,0030 & 0,1594 & 0,7456 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Ao comparar o ensaio com bloco em relação ao 1º ensaio com anilhas mistas (aço, nylon), verificou-se que nesta situação é o 4º modo do ensaio das anilhas que não corresponde ao outro ensaio, estando o 4º modo ainda assim próximo do 3º modo do ensaio com bloco.

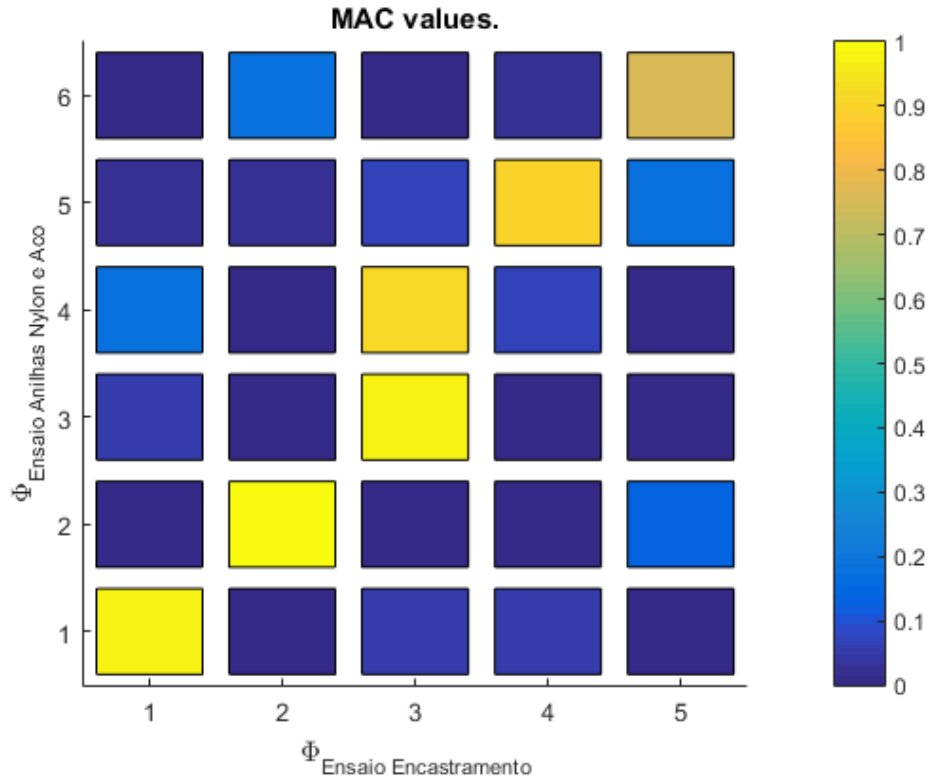


Figura 3.47: Gráfico MAC - Semelhança entre os modos de vibração do ensaio na condição de encastramento e o ensaio com anilhas de nylon e aço.

$$MAC_3 = \begin{bmatrix} 0,9769 & 0,0124 & 0,0539 & 0,1825 & 0,0304 & 0,0017 \\ 0,0147 & 0,9979 & 0,0050 & 0,0117 & 0,0260 & 0,1724 \\ 0,0593 & 0,0011 & 0,9837 & 0,9071 & 0,0740 & 0,0016 \\ 0,0620 & 0,0063 & 0,0122 & 0,0665 & 0,8999 & 0,0286 \\ 0,0000 & 0,1283 & 0,0090 & 0,0032 & 0,1848 & 0,7524 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Apesar dos valores da matriz 3.3 (comparação do ensaio com bloco em relação ao ensaio com anilhas de nylon e aço) serem distintos da matriz 3.2, verificam exatamente as mesmas condições, confirmando a indiferença do posicionamento das anilhas nesta situação em estudo.

Conseguiu-se demonstrar a semelhança de modos de vibração entre ensaios com um número de modos distintos e pretendeu-se também comparar o ensaio com bloco acoplado em relação ao ensaio com anilhas de nylon, resultando a matriz MAC 3.4.

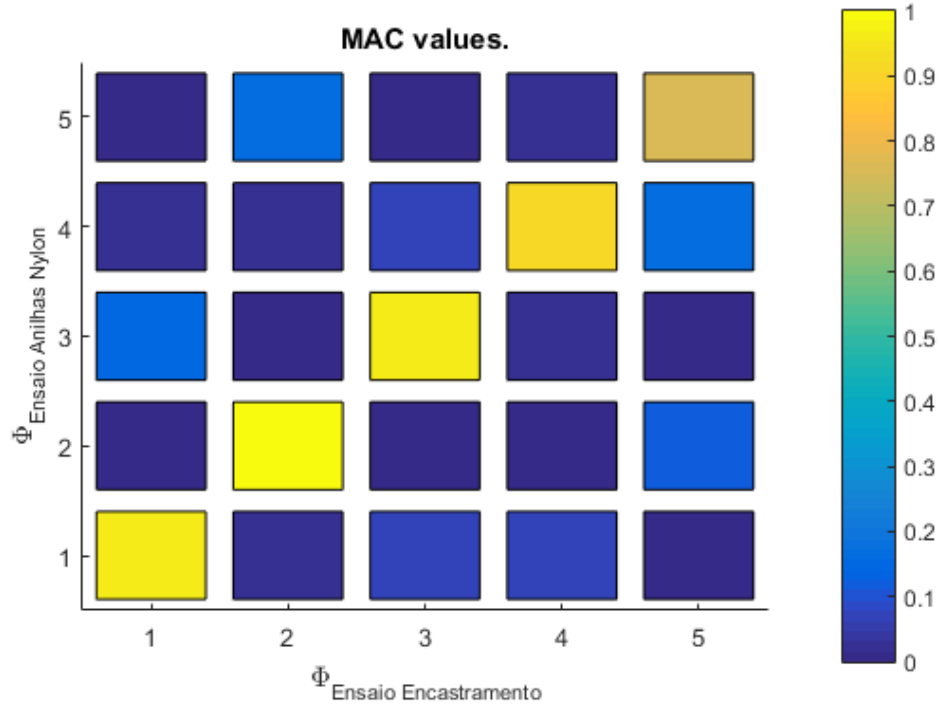


Figura 3.48: Gráfico MAC - Semelhança entre os modos de vibração do ensaio na condição de encastramento e o ensaio com anilhas de nylon e aço.

$$MAC_4 = \begin{bmatrix} 0,9569 & 0,0129 & 0,1417 & 0,0275 & 0,0007 \\ 0,0215 & 0,9962 & 0,0092 & 0,0219 & 0,1677 \\ 0,0679 & 0,0005 & 0,9668 & 0,0701 & 0,0016 \\ 0,0739 & 0,0068 & 0,0166 & 0,9119 & 0,0275 \\ 0,0002 & 0,1232 & 0,0062 & 0,1607 & 0,7597 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Obtendo uma matriz quadrada (3.4) por comparar ensaios com o mesmo número de modos de vibração, tal como esperado ao contrário dos ensaios em que está presente pelo menos uma anilha de aço, pelos valores obtidos na matriz MAC pode afirmar-se que todos os modos de vibração são correspondidos ou semelhantes, onde os primeiros quatro modos não deixam dúvidas da semelhança que possuem pelos seus valores próximos de 1.

ANILHAS AÇO VS ANILHAS NYLON

Verificou-se com acesso à sobreposição de modos de vibração que os ensaios ao possuírem anilha/s de aço têm os modos de vibração correspondentes entre si muito idênticos. Como tal optou-se por sobrepor o ensaio com anilhas de nylon com um dos três ensaios com anilhas aço, como mostra a fig.3.49.

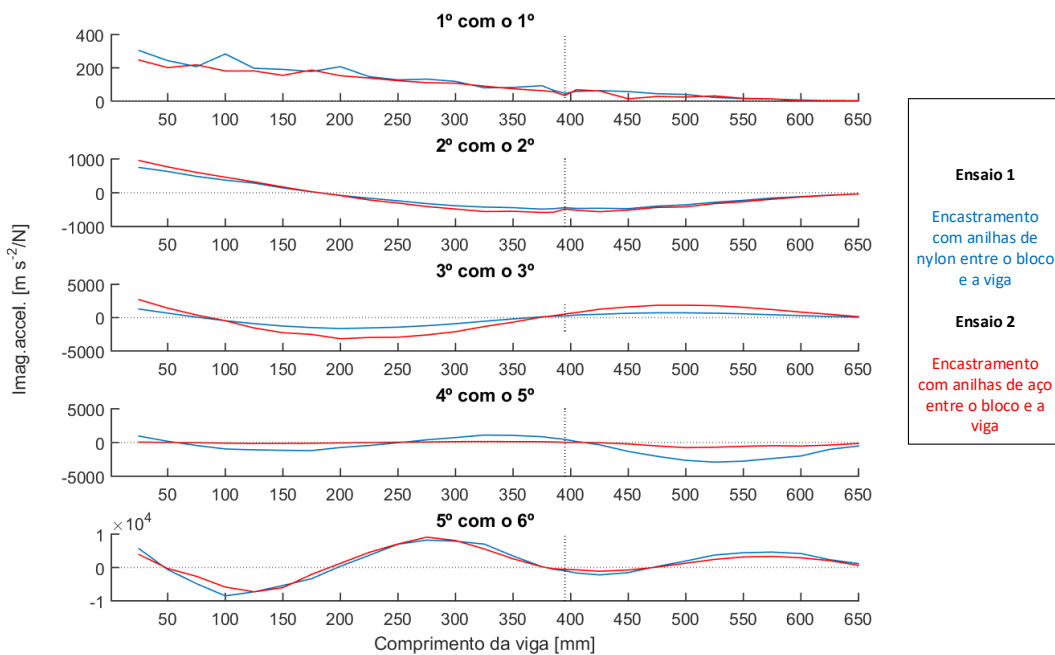


Figura 3.49: Sobreposição dos modos de vibração que se assemelham entre o ensaio na condição de encastramento com anilhas de nylon e o ensaio na condição de encastramento com anilhas de aço - Utilização da técnica de correlação MAC.

Na gama de frequências em estudo para os dois tipos de material distintos, na situação de pretender tomar uma escolha entre as anilhas de aço e as anilhas de nylon, os modos a ter em consideração serão respectivamente o 3º e 5º e o 3º e 4º (pela sua diferença como mostra a fig.3.49) na condição do equipamento trabalhar à frequência desses modos de vibração. Outro factor principal de decisão é a amplitude dos modos, no contexto de se pretender suprimir as vibrações terá de se obter por zonas de baixa amplitude e escolher ensaios que tenham as suas frequências naturais afastadas da frequência de funcionamento do equipamento de forma a não ocorrer ressonâncias, que por sua vez poderão danificar ou fatigar o equipamento.

3.4 Sinopse

O tratamento das respostas experimentais referentes aos ensaios estudados neste capítulo, tornaram possível estimar numericamente através do FEM as propriedades do encastramento, desta forma foi possível obter modelos numéricos com respostas muito próximas das respostas experimentais e estimar outras propriedades tais como o segundo momento de área dos elementos que posteriormente se adicionam à estrutura. A elaboração deste capítulo inspirou-se no *paper* [18] sobre *Structural Dynamic Modification* (SDM) que transmite a importância do estudo do comportamento dinâmico para resolução de problemas estruturais e as técnicas que podem ajudar na resolução desses problemas.

CAPÍTULO 4

Modelação Baseada na Experimentação

4.1	Procedimento e Considerações	79
4.1.1	Ensaio na Condição Livre-livre	82
4.1.2	Ensaio na Condição de Encastramento	91
4.1.3	Adicção de Novos Elementos à Estrutura	97
4.2	Sinopse	105

Neste capítulo irá abordar-se todo o procedimento numérico responsável por simular o comportamento dinâmico dos ensaios realizados experimentalmente, quais as considerações na execução dos modelos baseados no FEM, assim como as técnicas utilizadas de modo a estimar as propriedades dos ensaios.

4.1 Procedimento e Considerações

De forma a elaborar um modelo numérico com capacidade para simular o modelo experimental, recorreu-se ao FEM e através do *software MATLAB* e com auxílio ao livro [19] tornou-se possível estimar alguns parâmetros para prever o comportamento dinâmico da estrutura inicial com a adição de novos componentes.

Desenvolveram-se modelos numéricos que simulam os ensaios experimentais. A partir do desenvolvimento dos primeiros modelos numéricos, como exemplo o modelo do ensaio da viga na condição de encastramento, é possível através da adição ou alteração de alguns parâmetro prever os comportamentos da estrutura no caso de adicionar outros elementos à estrutura ou até mesmo escolher outros materiais.

Ao desenvolver os modelos numéricos apresentados neste capítulo, considerou-se os elementos finitos como elementos finitos de viga linear com três graus de liberdade por nó e com as suas matrizes de massa e rigidez representadas respectivamente pelas eq.4.1 e 4.2 disponíveis na sebenta [20].

$$[M_l] = \rho AL \times \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{6} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{13}{35} & \frac{11L}{210} & 0 & \frac{9}{70} & \frac{-13L}{420} \\ 0 & \frac{11L}{210} & \frac{L^2}{105} & 0 & \frac{13L}{420} & \frac{-L^2}{140} \\ \frac{1}{6} & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{9}{70} & \frac{13L}{420} & 0 & \frac{13}{35} & \frac{-11L}{210} \\ 0 & \frac{-13L}{420} & \frac{-L^2}{140} & 0 & \frac{-11L}{210} & \frac{L^2}{105} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$$[K_l] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{-12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & \frac{-6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ \frac{-EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12EI}{L^3} & \frac{-6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{-6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & \frac{-6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

A matriz de rigidez dos elementos no referencial global é representada pela eq.4.3 [20].

$$[K_g] = [T]^T [K_l] [T] \quad (4.3)$$

A matriz de massa dos elementos no referencial global é representada pela eq.4.4 [20].

$$[M_g] = [T]^T [M_l] [T] \quad (4.4)$$

Os valores próprios (λ) obtêm-se pela eq.4.5 designada por equação característica de A, sendo A uma matriz quadrada e os seus valores próprios as raízes da equação, adaptada de [21, 22].

$$p(\lambda) = \det(A - \lambda I) = 0 \quad (4.5)$$

Os vectores próprios (X) de A associados ao valor próprio λ são as soluções do sistema apresentado pela eq.4.6. A multiplicidade algébrica de um valor próprio λ é a multiplicidade do escalar λ enquanto raiz da equação característica, adaptada de [21, 22].

$$A\lambda = \lambda X \Leftrightarrow (A - \lambda I)X = 0 \quad (4.6)$$

A equação de equilíbrio é representada pela eq.4.7 [23],

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad (4.7)$$

Desprezou-se a existência de amortecimento na elaboração dos modelos numéricos, resultando a eq.4.8.

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad (4.8)$$

O momento polar de inércia de um cubo é representado pela eq.4.9 [24].

$$J_{PolarCubo} = \frac{m_{Cubo} \times Aresta_{Cubo}^2}{6} + m_{Cubo} \times d_{CM}^2 \quad (4.9)$$

4.1.1 Ensaio na Condição Livre-livre

Pretendia-se conhecer o comportamento dinâmico da viga com o mínimo de restrições possíveis, ao conhecer as suas respostas experimentais seria possível confirmar a veracidade no modelo numérico e prosseguir para o seguinte modelo onde são estimadas as propriedades do encastramento.

Deu-se início ao desenvolvimento de um modelo numérico baseado no ensaio experimental da viga na condição livre-livre. No desenvolvimento deste modelo a estrutura foi representada por 172 elementos finitos, onde cada elemento finito tem um comprimento de $5mm$, totalizando os $860mm$ de comprimento da viga. Assumindo os elementos finitos como elementos finitos de viga com três graus de liberdade em cada nó do modelo, os 173 nós que representam a estrutura proporcionam o estudo de 519 graus de liberdade. Na tab.4.1 pode observar-se a que nós do modelo numérico desenvolvido correspondem as posições experimentais.

Tabela 4.1: Nós do modelo correspondentes às posições experimentais.

N.º da Posição Experimental	Nº do Nó
2	6
3	11
4	16
5	21
6	26
7	31
8	36
9	41
10	46
11	51
12	56
13	61
14	66
15	71
16	76
17	78
18	80
19	82
20	86
21	91
22	96
23	101
24	106
25	111
26	116
27	121
28	126
29	131
30	136
31	141
32	146
33	151
34	156
35	161
36	166
37	171
Total de nós:	173

Considerou-se a viga com as características apresentadas na tab.3.1, a matriz de massa local apresentada na eq.4.1 e a matriz rigidez local eq.4.2. Assumindo neste modelo na condição livre-livre a inexistência de graus de liberdade fixos, prosseguiu-se para o cálculo dos valores e vectores próprios.

Tabela 4.2: Comparação entre as frequências naturais obtidas experimentalmente na condição livre-livre com as frequências naturais obtidas inicialmente no modelo.

Ensaio na Condição Livre-livre	Frequências Naturais [Hz]				
	1ª Freq.	2ª Freq.	3ª Freq.	4ª Freq.	5ª Freq.
Experimentação	66,875	187,500	368,750	612,500	915,000
Modelo numérico	72,668	200,312	392,692	649,140	969,704
Erro relativo [%]	8,7	6,8	6,5	6,0	6,0

Na tab.4.2 pode verificar-se na comparação realizada um maior desacordo nas primeiras frequências naturais detectadas no modelo. Recorrendo ao algoritmo que indica a localização dos nodos ao longo do comprimento da viga, foi possível concluir que os elementos finitos que se situam na zona da posição 2 não estavam a ser bem representados no modelo numérico como mostra a seguinte tabela e figura.

Tabela 4.3: Comparação da distância dos nodos à extremidade da viga no ensaio experimental na condição livre-livre em relação ao modelo inicial.

Modos de Vibração	Nodos	Distância do Nodo à Extremidade [mm]		Erro Relativo[%]
		Experimentação	Modelo Numérico	
1º Modo	1º Nodo:	178,2	192,8	8,2
	2º Nodo:	661,9	667,2	0,8
2º Modo	1º Nodo:	100,2	113,6	13,4
	2º Nodo:	414,8	430,0	3,8
	3º Nodo:	743,7	746,4	0,4
3º Modo	1º Nodo:	68,7	81,2	18,2
	2º Nodo:	298,1	306,0	2,7
	3º Nodo:	550,9	554,0	0,6
	4º Nodo:	776,7	778,8	0,3
4º Modo	1º Nodo:	54,0	63,2	17,1
	2º Nodo:	231,2	238,0	3,0
	3º Nodo:	426,1	430,0	0,9
	4º Nodo:	618,5	622,0	0,6
	5º Nodo:	797,2	796,8	0,0
5º Modo	1º Nodo:	44,7	51,7	16,0
	2º Nodo:	188,9	194,8	3,1
	3º Nodo:	347,2	351,8	1,3
	4º Nodo:	503,9	508,2	0,9
	5º Nodo:	662,9	665,2	0,4
	6º Nodo:	807,6	808,3	0,1

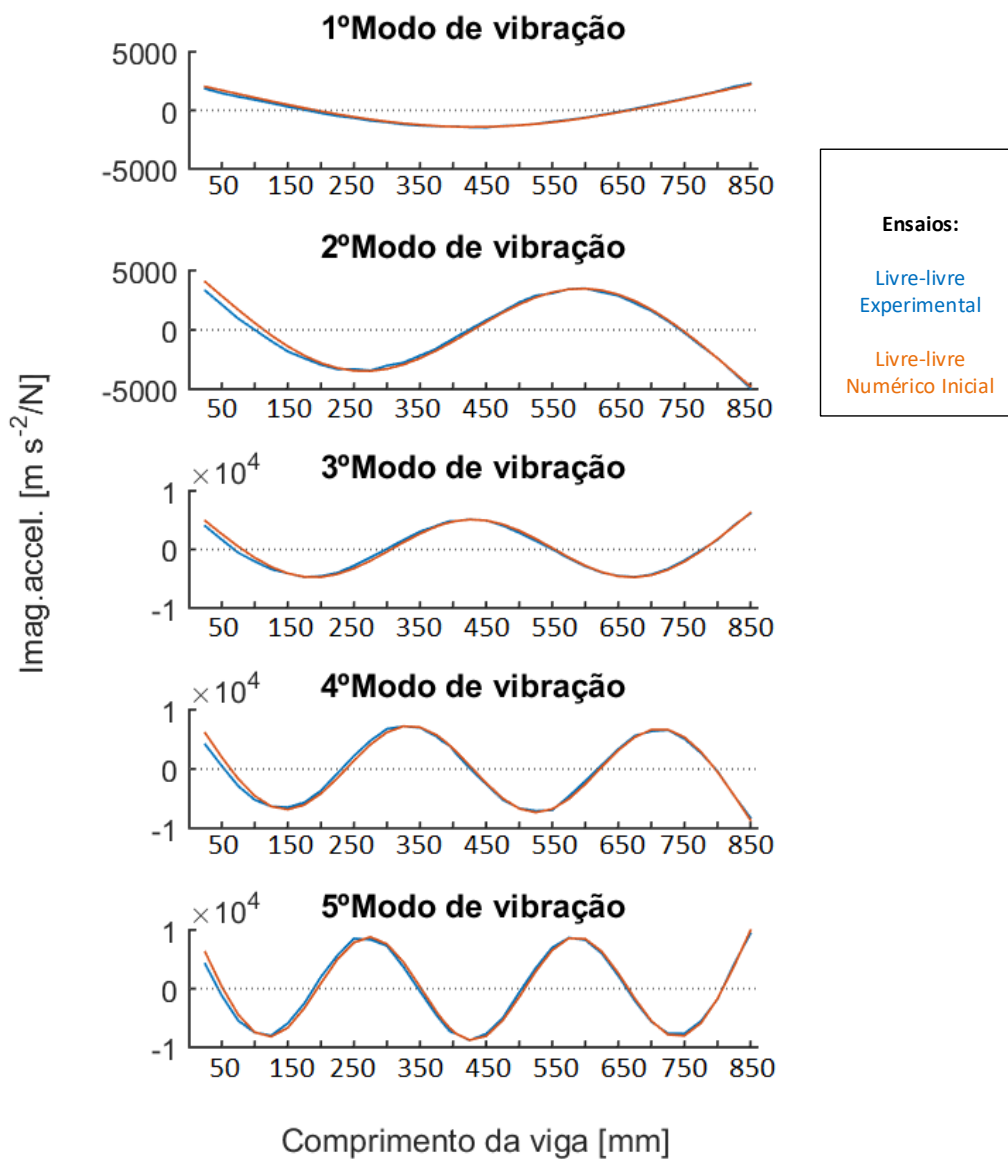


Figura 4.1: Sobreposição dos modos de vibração experimentais na condição livre-livre com os modos do modelo numérico inicial.

Neste momento com os resultados obtidos tudo indicava que o erro nas deslocções da viga no modelo tinha origem numa das extremidades da viga (zona onde o acelerómetro foi colocado). Sendo utilizadas para estudo as deslocções da viga em y como ilustra a fig.4.2 e estando o acelerómetro localizado na posição 2 que corresponde ao 6º nó do modelo numérico onde se localizam os graus de liberdade 16, 17 e 18, na matriz de massa global foi adicionada à linha e coluna 17 a respectiva massa do acelerómetro.

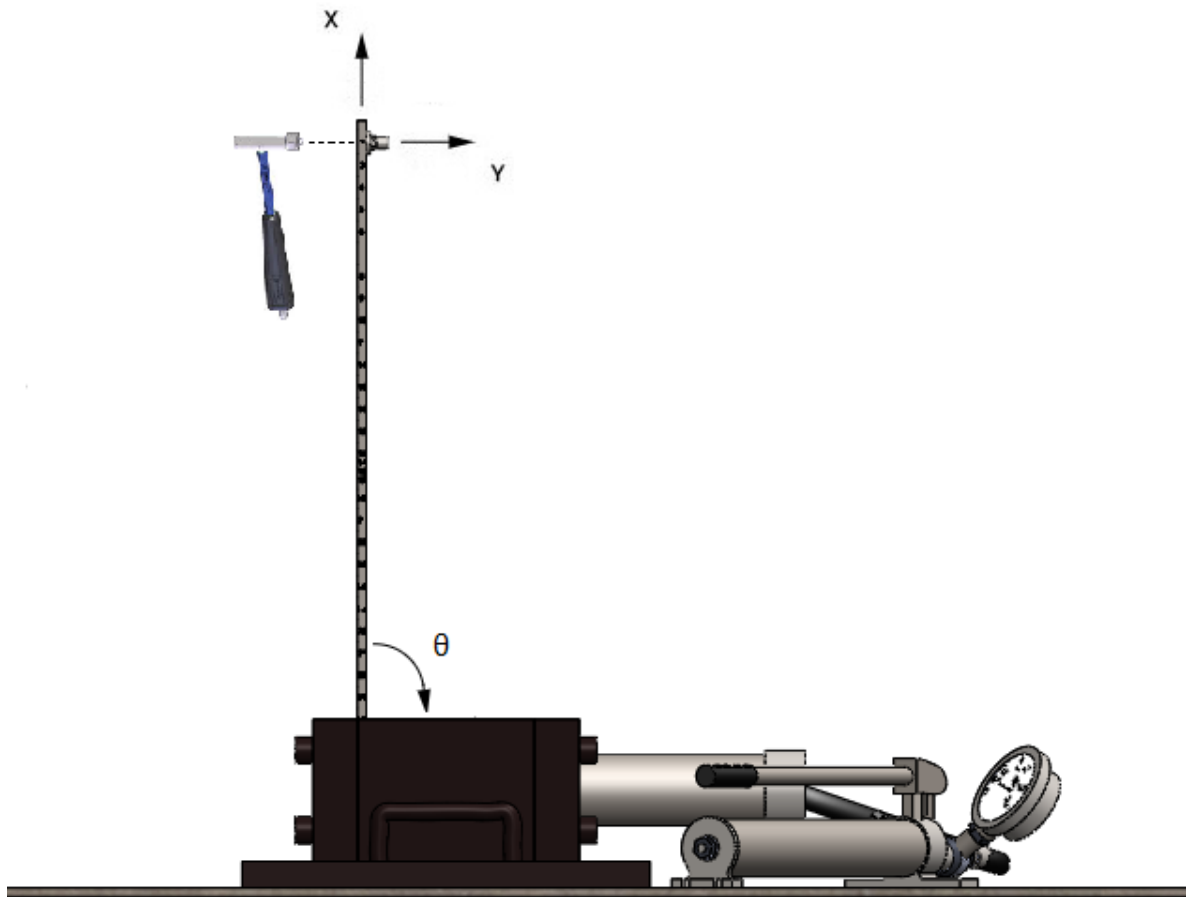


Figura 4.2: Ensaio na condição de encastramento - Referência às deslocções em x , y e θ .

Sem normalizar os modos de vibração obtidos experimentalmente, utilizou-se a técnica MSF (eq. 2.14) de forma a modificar a escala do modelo numérico na representação dos modos. O ajuste de escala proporcionou uma melhor análise visual e utilização de técnicas de correlação como MAC e NMD (eq. 2.15 e 2.16).

Tabela 4.4: Verificação do efeito da massa do acelerómetro no modelo numérico através da comparação dos modos de vibrações experimentais com os modelos desenvolvidos.

Modos de vibração	Modelo Numérico			
	Sem Acelerómetro	Com Acelerómetro		
	Técnicas de Correlação			
	MAC	NMD	MAC	NMD
1º Modo	0.9914	9.3356	0.9993	2.6569
2º Modo	0.9869	11.5308	0.9991	2.9609
3º Modo	0.9887	10.6917	0.9989	3.3857
4º Modo	0.9867	11.6090	0.9985	3.9239
5º Modo	0.9881	10.9767	0.9983	4.1183

Confirmou-se a partir das técnicas de correlação acima referidas que o desfasamento inicial em cada modo de vibração era causado pela ausência de 36,2g na matriz de massa global do modelo, que representa a massa do acelerómetro piezoeléctrico. A introdução desta massa no modelo proporcionou uma aproximação de todos os nodos obtidos no modelo numérico em relação ao experimental, o erro referente à distância do 1ºnodo reduziu em 16%, demonstrando-se assim a importância desta verificação e a influência de 36,2g no modelo. Na tab.4.5 e fig.4.3 pode observa-se os resultados do modelo corrigido.

Tabela 4.5: Distância dos nodos à extremidade da viga, obtidas experimentalmente na condição livre-livre em comparação com as distâncias obtidas no modelo.

Modos Vibração	Nodos	Distância do Nodo à Extremidade [mm]		Erro Relativo[%]
		Experimentação	Modelo Numérico	
1º Modo	1º Nodo:	178,2	176,2	1,2
	2º Nodo:	661,9	663,1	0,2
2º Modo	1º Nodo:	100,2	99,1	1,1
	2º Nodo:	414,4	423,1	2,1
	3º Nodo:	743,7	744,5	0,1
3º Modo	1º Nodo:	68,7	69,4	0,9
	2º Nodo:	298,1	299,5	0,5
	3º Nodo:	550,9	550,4	0,1
	4º Nodo:	776,7	777,8	0,1
4º Modo	1º Nodo:	54,0	53,8	0,3
	2º Nodo:	231,2	232,9	0,8
	3º Nodo:	426,1	426,3	0,0
	4º Nodo:	618,5	619,9	0,2
	5º Nodo:	797,2	796,3	0,1
5º Modo	1º Nodo:	44,6	44,5	0,3
	2º Nodo:	188,9	191,0	1,1
	3º Nodo:	347,2	348,9	0,5
	4º Nodo:	503,9	506,1	0,4
	5º Nodo:	662,9	664,1	0,2
	6º Nodo:	807,6	808,0	0,1

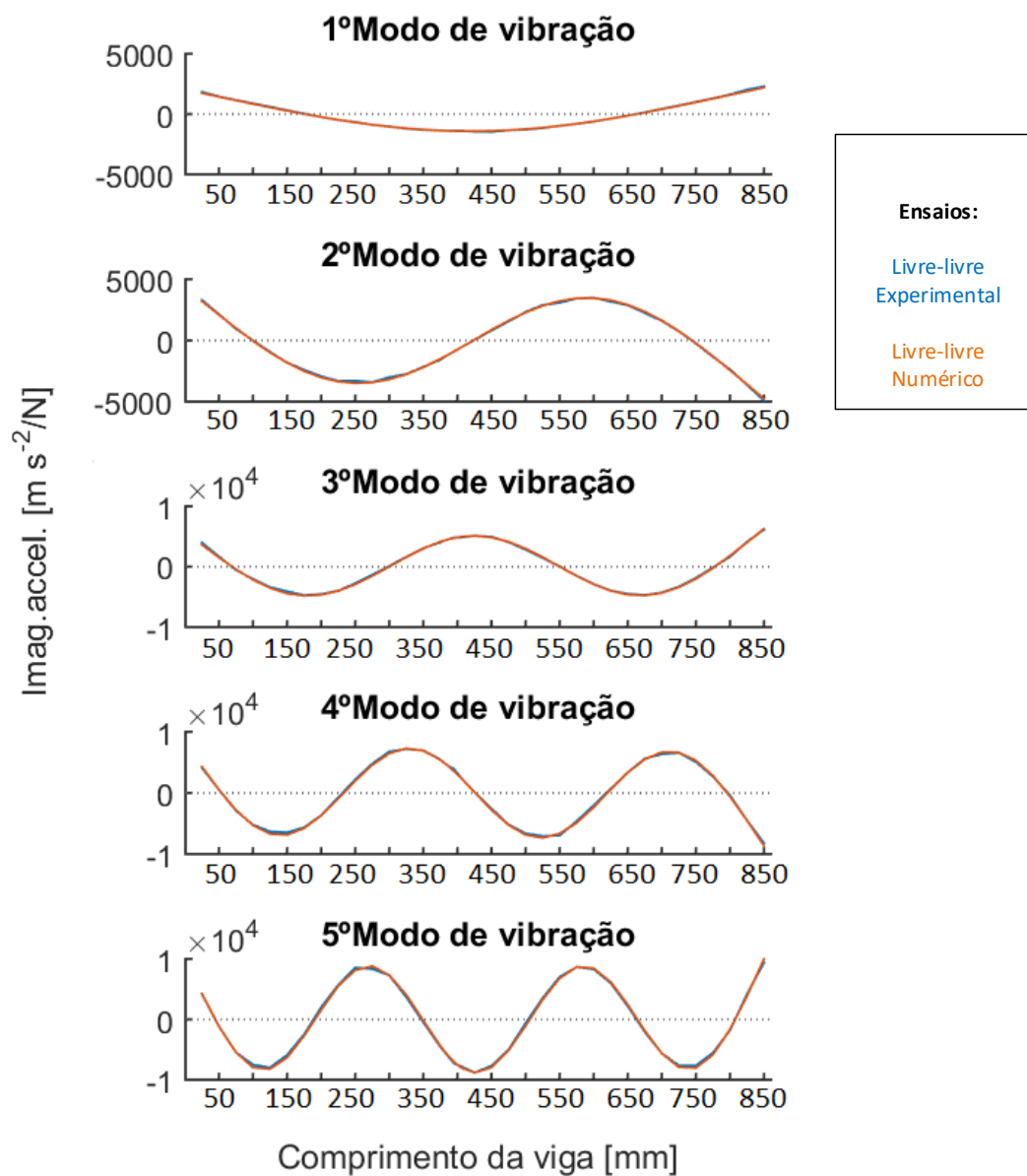


Figura 4.3: Sobreposição dos modos de vibração obtidos experimentalmente na condição livre-livre com os modos do modelo.

A influência do acelerómetro na resposta dada pelo modelo é significativa, apesar dos ótimos resultados obtidos, na tentativa de os melhorar considerou-se inicialmente o momento polar de inércia correspondente ao acelerómetro. Embora se tenham obtido frequências naturais com um menor erro, este efeito foi desprezado, os modos de vibração apresentavam pelas técnicas de correlação um maior erro e o pretendido seria obter um modelo que melhor representasse o ensaio experimental.

4.1.2 Ensaio na Condição de Encastramento

Prosseguiu-se com a elaboração de um novo modelo numérico que simule o encastramento experimental como mostra o Cap.3. Este modelo tem como objectivo obter a melhor aproximação possível à resposta experimental da estrutura sendo possível dar continuidade a outros modelos que recorram ao mesmo encastramento e necessitem prever o efeito produzido pela adição de novos elementos à estrutura, tais como um bloco e anilhas de materiais distintos (tabela 3.3 e 3.4).

Neste modelo tal como no modelo anterior considerou-se o mesmo número de elementos finitos, com a mesma dimensão, o mesmo número de graus de liberdade e a massa do acelerómetro não foi desprezada. Como experimentalmente é possível obter as FRF somente da posição experimental 2 à posição 29 devido ao encastramento, as características dos elementos finitos são alteradas a partir da posição 30 (do nó 136 ao 173) devido à variação de rigidez provocada pelo aperto hidráulico.

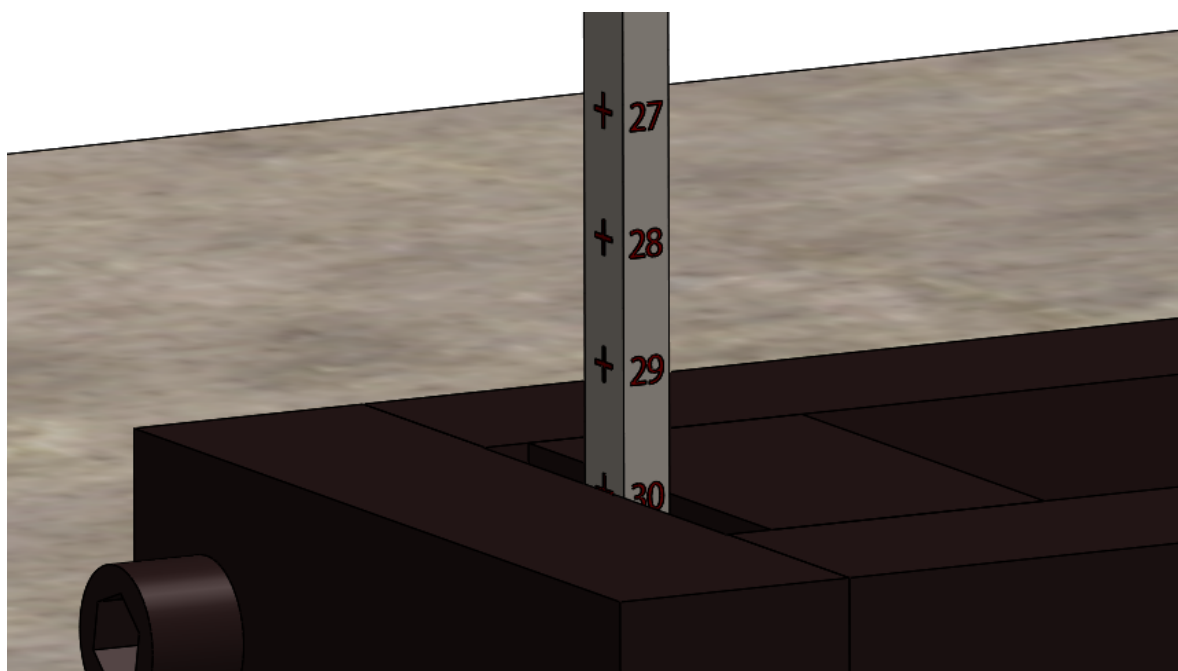


Figura 4.4: Início do encastramento experimental na posição 30.

Na elaboração do modelo considerou-se os graus de liberdade na direcção do eixo x (fig.4.2) como fixos para todos os nós do modelo que representam o encastramento experimental, correspondendo o primeiro grau de liberdade fixo ao 406 e o último ao 517 de 519, totalizando 38 graus de liberdade fixos. A matriz de massa e rigidez global são consequentemente reduzidas, reduzindo a matriz de vectores próprios de dimensão 519x519 para uma matriz de dimensão 481x481.

De forma a estimar as propriedades do encastramento, em cada nó que representa o encastramento foi considerada a existência de uma mola linear e torcional como mostra a figura seguinte.

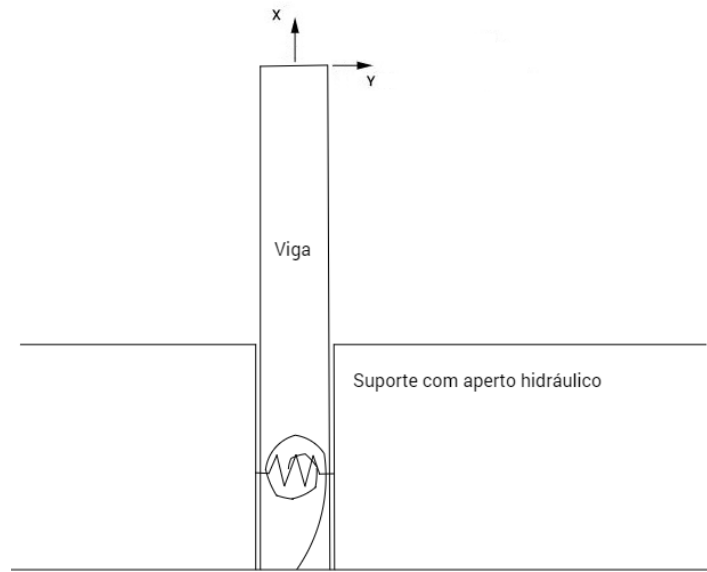


Figura 4.5: Representação de molas linear e torcional restringindo apenas um dos nós do encastramento.

Como consequência desta consideração somaram-se em determinados elementos da matriz de rigidez global as constantes de rigidez que se pretendiam estimar, sendo esta adição exemplificada pela soma da matriz apresentada na fig.4.6.

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccccccc|cccccc}
 \boxed{0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \boxed{0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \boxed{0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \hline
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{K_l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{K_t} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{K_l} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{K_t} & 0
 \end{array}
 &
 \begin{array}{l}
 x \\
 y \\
 \theta \\
 \vdots \\
 x \\
 y \\
 \theta \\
 y \\
 \theta \\
 \vdots \\
 y \\
 \theta
 \end{array}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \downarrow \\
 \text{Encastramento}
 \end{array}$$

Figura 4.6: Matriz adicionada à matriz de rigidez global para modelar as condições fronteira do ensaio.

Pretendeu-se chegar a valores de constantes que colocassem o modelo numérico com respostas com uma boa correlação às experimentais. Assumiu-se inicialmente para as constantes de K_l e K_t o valor de $10 \times 10^{10} N/mm$ e como esperado o valor atribuído às constantes reproduziam uma resposta ainda não aceitável com um erro máximo de 8,3% (tab.4.6).

Tabela 4.6: Comparação das frequências naturais obtidas experimentalmente em relação às obtidas no modelo com $K_l = 10 \times 10^{10} N/mm$ e $K_t = 10 \times 10^{10} N/mm$.

Ensaio na Condição de Encastramento	Frequências Naturais [Hz]				
	1ª Freq.	2ª Freq.	3ª Freq.	4ª Freq.	5ª Freq.
Experimentação	16,250	103,750	294,375	580,000	959,375
Modelo numérico	17,326	110,614	314,575	623,593	1039,425
Erro relativo [%]	6,6	6,6	6,9	7,5	8,3

4.1.2.1 Obtenção das Constantes de Rigidez Experimentais K_l e K_t

Pretendeu-se otimizar o modelo numérico que estima as propriedades do encastramento pois o valor inicialmente atribuído às constantes de rigidez K_l e K_t não estava correto e servia apenas para dar início à primeira iteração. De modo a obter um resultado viável sem alcançar os valores de K_l e K_t de forma empírica, resolveu-se este problema com a elaboração de um algoritmo, tendo-se com o objectivo de obter o valor óptimo de K_l e K_t .

Recorrendo ao *MATLAB* desenvolveu-se uma metodologia que resolve este problema baseando-se no ajuste de intervalos onde se encontram os valores óptimos das constantes de rigidez. Sabendo que os valores óptimos de K_l e K_t estão situados entre 0 e $10 \times 10^{10} N/mm$, o algoritmo de forma automática cria dois intervalos que se ajustam de forma independente ao longo das iterações correspondendo cada intervalo a uma constante de rigidez.

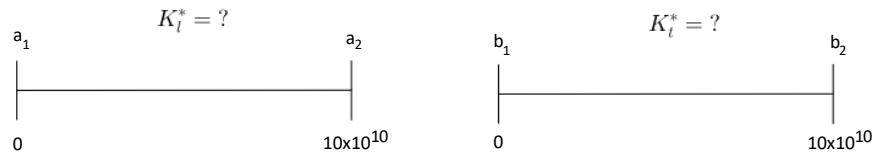


Figura 4.7: Intervalos iniciais utilizados para obter K_l^* e K_t^* .

Decidiu-se dividir para todas as iterações os intervalos de forma equitativa por vinte, ou seja,

recolheu-se vinte valores possíveis de K_l e K_t em cada intervalo, representando em cada iteração um teste de quatrocentas combinações.

Em cada combinação de K_l e K_t são obtidas cinco frequências naturais que ao serem comparadas com as frequências naturais obtidas experimentalmente é registado como erro o máximo erro das cinco respectivas comparações. O algoritmo gera uma matriz 5x400, onde cada coluna representa as frequências naturais obtida para uma combinação. Os valores obtidos são comparados com uma outra matriz de igual dimensão onde as colunas apresentam os valores de forma repetitiva das frequências naturais obtidas experimentalmente, resultando uma outra matriz 5x400 apenas com os respectivos erros relativos.

Da matriz de erros relativos recolhe-se de cada coluna o valor máximo obtido resultando uma nova matriz 1x400, os dez valores mais baixos dessa matriz correspondem às dez melhores combinações de 400. Prosseguiu-se assim para uma outra iteração com o ajuste de dois novos intervalos. Na passagem a uma seguinte iteração sabendo as dez melhores combinações de K_l e K_t anteriores, desenvolveram-se novos intervalos segundo a fig.4.8.

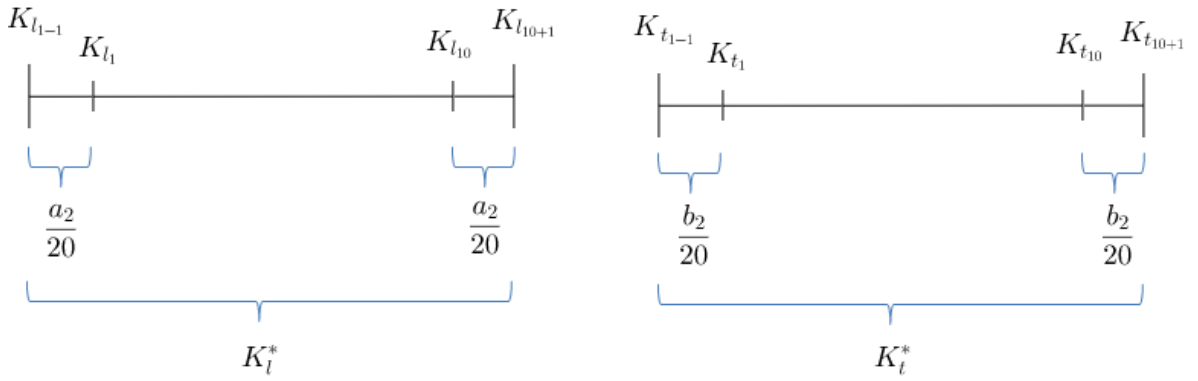


Figura 4.8: Ajuste de intervalos nas iterações seguintes.

Tendo-se conhecimento através das dez melhores combinações de possíveis intervalos onde possam estar K_l e K_t , introduziu-se uma margem de erro como se pode observar na fig.4.8 representada por $\frac{a_2}{20}$ e $\frac{b_2}{20}$. Após este ajuste de intervalo, os intervalos ($K_{l_{l-1}}$ a $K_{l_{l0+1}}$ e $K_{t_{l-1}}$ a $K_{t_{l0+1}}$) dividiram-se novamente de forma equitativa por vinte e testou-se novamente quatrocentas combinações possíveis.

O processo de ajuste de intervalos repetiu-se com a realização de várias iterações até o erro (erro máximo) ser próximo de zero, garantindo uma boa proximidade das respostas do modelo à experimentação.

Tabela 4.7: Iterações executadas.

Iterações	1 ^a	2 ^a	3 ^a	4 ^a	5 ^a	6 ^a
Erro Relativo[%]	7,0626	6,7978	6,4802	6,1028	5,6573	5,0422
Iterações	7 ^a	8 ^a	9 ^a	10 ^a	11 ^a	
Erro Relativo[%]	3,0912	0,6248	0,1455	0,3819	0,1286	

À 11^a iteração obteve-se o melhor resultado obtendo-se assim o $K_l^* = 3325100N/mm$ e $K_t^* = 1,9113 \times 10^3 N/mm$. Para estes valores o erro máximo relativo foi de 0,1286% em relação às frequências naturais obtidas experimentalmente.

Tabela 4.8: Frequências naturais experimentais em comparação com as frequências naturais obtidas para K_l^* e K_t^* .

Ensaio na Condição de Encastramento	Frequências Naturais [Hz]				
	1 ^a Freq.	2 ^a Freq.	3 ^a Freq.	4 ^a Freq.	5 ^a Freq.
Experimentação	16,250	103,750	294,375	580,000	959,375
Modelo numérico (K_l^* e K_t^*)	16,239	103,824	293,996	579,8036	960,448
Erro relativo [%]	0,0653	0,0715	0,1286	0,0339	0,1118

4.1.2.2 Encastramento Puro e Comparação de Resultados

Sabendo-se que o encastramento experimental não é puro, pretendeu-se mostrar neste sub-capítulo a relevância de se estimar as propriedades do encastramento antes de se dar continuidade a outros modelos. Considerou-se um novo modelo que diverge do anterior no número de elementos finitos considerados passando a 134. O nó 135 deste modelo corresponde à posição experimental 30, sendo o modelo representado por 405 graus de liberdade, devido ao encastramento ser considerado puro o modelo tem como fixos os graus de liberdade 403, 404 e 405 correspondendo às restrições em x, y e θ . Estes graus de liberdade fixos originam uma matriz de vectores próprios cuja dimensão é de 402x402. Na tab.4.9 e tab.4.10 pode observar-se de forma esclarecedora a relevância de estimar as propriedades do encastramento, no exemplo presente passou de um erro de 9,9825% para 0,1286%.

Tabela 4.9: Comparação das frequências naturais entre o modelo numérico que estima as propriedades do encastramento e o modelo que considera o encastramento puro.

Ensaio na Condição de Encastramento	Frequências Naturais [Hz]				
	1ª Freq.	2ª Freq.	3ª Freq.	4ª Freq.	5ª Freq.
Experimentação	16,250	103,750	294,375	580,000	959,375
Modelo numérico (Enc. Puro)	17,479	112,256	319,294	633,003	1055,145
Modelo numérico (K_l^* e K_t^*)	16,239	103,824	293,996	579,8036	960,448
Erro relativo [%]					
Modelo numérico (Enc. Puro)	7,5649	8,1987	8,4649	9,1385	9,9825
Erro relativo [%]					
Modelo numérico (K_l^* e K_t^*)	0,0653	0,0715	0,1286	0,0339	0,1118

Tabela 4.10: Comparação dos modos de vibração entre o modelo numérico que estima as propriedades do encastramento e o modelo que considera o encastramento puro.

Modos de vibração	Modelo Numérico			
	Encastramento Puro		Encastramento Estimado	
	Técnicas de Correlação			
	MAC	NMD	MAC	NMD
1º Modo	0,9939	7,8613	0,9948	7,2458
2º Modo	0,9915	9,2332	0,9940	7,7766
3º Modo	0,9589	20,7026	0,9628	19,6640
4º Modo	0,8879	35,5301	0,9335	26,6870
5º Modo	0,8803	36,8832	0,9035	32,6839

Como se pode observar na tab.4.10 através da técnica de correlação MAC todos os modos de vibração obtidos quando se estimam as propriedades do encastramento apresentam valores mais próximos de 1 e em relação à técnica de correlação NMD os valores para todos os modos são mais altos no encastramento puro. Significando este resultados que se obtém uma maior aproximação ao encastramento experimental ao estimar as propriedades do encastramento considerando a existência de molas lineares e torcionais nos nós do modelo que representam a zona de encastramento.

O modelo que estima as propriedades do encastramento obteve um resposta mais próxima da real e torna-se essencial permitindo dar continuidade aos próximos modelos onde é mantida a mesma condição de encastramento.

4.1.3 Adição de Novos Elementos à Estrutura

Após a elaboração do modelo numérico responsável por estimar as propriedades do encastramento, pretendeu-se obter uma resposta numérica idêntica à experimentação relativa à adição de novos elementos. Optou-se por estimar as condições de fronteira na zona de contacto entre viga e os novos elementos acoplados à estrutura.

Como apresentado no cap.3, após o ensaio na condição de encastramento é adicionado um bloco e posteriormente são colocadas anilhas de materiais distintos entre o bloco e a viga. Sabendo-se que o bloco e as anilhas necessitam de outros elementos para permanecerem junto à viga com o mesmo binário de aperto como apresentado na fig.3.3.

A existência de uma vertente numérica neste trabalho permitiu novamente com outro método de optimização baseado no método da bissecção observado em [25] e estimar novos parâmetros relativos aos ensaios. Perante esta situação de acoplamento de um bloco e anilhas, estimou-se o 2º momento de área correspondente às superfícies de contacto entre a viga e o conjunto de elementos.

Estes ensaios realizaram-se experimentalmente nas mesmas condições de encastramento que o ensaio 2 como é apresentado na secção 4.1.2, como tal, de forma a obter os melhores resultados possíveis, considerou-se as constantes que estimam o encastramento experimental $K_l^* = 3325100N/mm$ e $K_t^* = 1,9113 \times 10^3 N/mm$ nestas situações.

4.1.3.1 Acoplamento do Bloco

Na elaboração deste modelo numérico optou-se inicialmente por comparar as primeiras cinco frequências naturais do ensaio experimental na condição de encastramento com um bloco acoplado à viga (ensaio 3) em relação ao modelo numérico sem bloco (ensaio 2).

Tabela 4.11: Comparação das frequências naturais entre o ensaio experimental 3 e o modelo numérico do ensaio 2.

Ensaio na Condição de Encastramento	Frequências Naturais [Hz]				
	1ª Freq.	2ª Freq.	3ª Freq.	4ª Freq.	5ª Freq.
Experimentação (Ensaio 3 - Com bloco)	15,625	75,000	261,250	505,625	835,000
Modelo numérico (Ensaio 2 - Sem bloco)	16,239	103,824	293,996	579,804	960,448
Erro relativo [%]	3,932	38,432	12,535	14,671	15,024

Pode-se observar-se na tab.4.11 que o erro obtido foi elevado tal como era previsto, sendo

necessário elaborar um novo modelo com a introdução de novos parâmetros.

Neste novo modelo de forma a obter resultados próximos da resposta experimental, ao estimar-se o 2º momento de área foi necessário considerar uma massa concentrada de 503,0g na posição experimental 18, nó 80 (tab.4.1) no grau de liberdade em y número 239, correspondente à massa do conjunto (tab.3.5). Considerou-se o momento polar de inércia obtido pela eq.4.9 no grau de liberdade 240 correspondente às rotações em θ .

Pretendia-se estimar os valores do 2º momento de área na zona de contacto entre o bloco e a viga que correspondia a 8 elementos finitos do modelo. Sabendo que o elemento finito do modelo foi considerado com um comprimento de 5mm, o contacto entre o bloco e a viga ocorreu do nó 76 ao 84 (9 nós) como mostra a fig.4.9 e considerou-se o 2º momento de área (a variável) igual em todos eles.

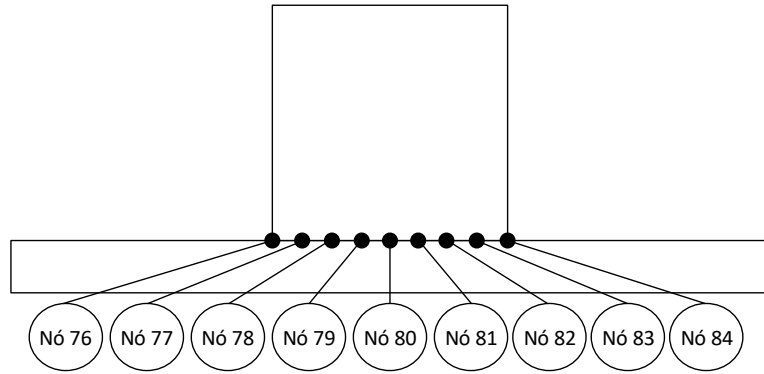


Figura 4.9: Nós do modelo numérico que representam o contacto entre o bloco e a viga.

De forma a estimar a variável pretendida recorreu-me a um método de optimização simples, baseado no método da bissecção.

MÉTODO DE OPTIMIZAÇÃO

No método de optimização utilizado assumiu-se na primeira iteração um valor inicial para a variável de $I = 1,3333 \times 10^{-9} [m^4]$ correspondente ao I da viga.

De forma imediata o algoritmo desenvolvido apresenta o erro relativo de cinco frequências naturais correspondentes à comparação do modelo experimental com o numérico e regista o valor máximo dos 5 erros obtidos nessa iteração, na tab.4.12 o máximo erro relativo na 1ª iteração corresponde aos 8,1155%.

Após obter o erro máximo, o algoritmo gera dois novos valores de I com uma margem de 10% em relação ao inicial, como mostra a fig.4.10.

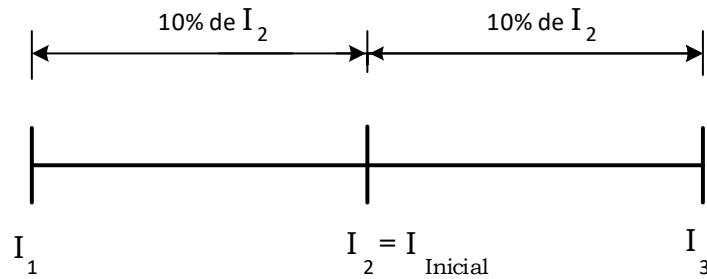


Figura 4.10: Três valores de I com uma margem de 10% em relação a I_2 .

Ao obter-se as cinco frequências para os três I distintos, são registados em relação à resposta experimental os três máximo erros relativos. Se o melhor resultado (mínimo erro dos três recolhidos) for I_1 ou I_3 o procedimento continua igual, se o melhor resultado for o inicial, a margem aumenta para 30% de forma a tentar encontrar um I melhor que o inicial.

Com a aplicação deste algoritmo tornou-se possível estimar um valor para o 2º momento de área satisfaz o pretendido, à 13ª iteração obtêm-se um erro máximo para as 5 frequências naturais de 1,9952% como mostra a tab.4.12.

Tabela 4.12: Iterações executadas com o objectivo de estimar o 2º momento de área no ensaio de acoplamento do bloco à viga.

Iterações	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª
Erro Relativo[%]	8,1155	7,3452	6,6247	5,9515	5,3234	4,7380	4,1931
Iterações	8ª	9ª	10ª	11ª	12ª	13ª	
Erro Relativo[%]	3,6866	3,2163	2,7804	2,3767	2,0034	1,9952	

Com este método à 13ª iteração foi possível obter o melhor resultado, assumindo um $I^* = 4,1845 \times 10^{-9}$. Na tab.4.13 podemos observar o erro em relação às restantes frequências.

Tabela 4.13: Erros relativos em relação às frequências naturais obtidas para o melhor valor de I no modelo numérico que adiciona o bloco à estrutura.

Ensaio na Condição de Encastramento com Bloco	Frequências Naturais [Hz]				
	1ª Freq.	2ª Freq.	3ª Freq.	4ª Freq.	5ª Freq.
Experimentação	15.625	75.000	261.250	505.625	835.000
Modelo numérico ($I^* = 4,1845 \times 10^{-9} m^4$)	15,322	76,496	262,485	504,683	821,151
Erro relativo [%]	1,9381	1,9952	0,4727	0,1863	1,6586

4.1.3.2 Introdução de Anilhas entre o Bloco e a Viga

A elaboração dos modelos numéricos que representam a resposta experimental dos ensaios em que foram introduzidas anilhas na estrutura, basearam-se na mesma metodologia do modelo com o acoplamento do bloco como apresentado na secção 4.1.3.1.

Nestes ensaios com a introdução de anilhas na zona de contacto entre a viga e os elementos adicionados à estrutura é reduzida em relação ao ensaio anterior, como mostra a fig.4.11. Modificou-se e estimou-se as condições fronteira nos nós 79, 80 e 81 correspondentes aos elementos finitos 79 e 80.

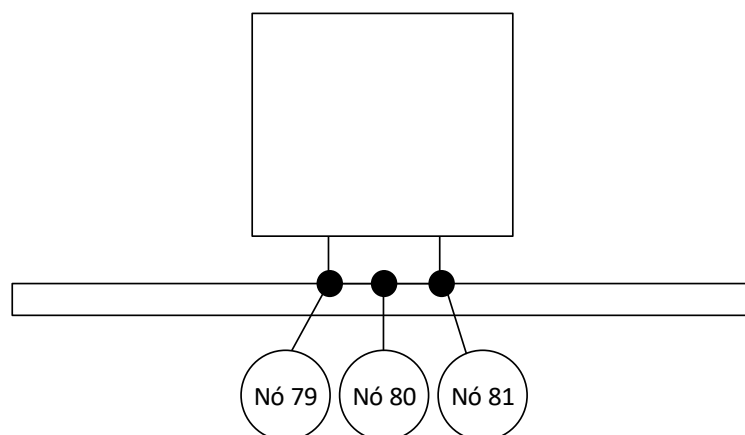


Figura 4.11: Nós do modelo numérico que representam o contacto entre as anilhas e o bloco.

ANILHAS DE AÇO

Introduziram-se neste ensaio duas anilhas de aço entre o bloco e a viga (ensaio 4), para estimar o 2º momento de área representado pelos nós 79, 80 e 81, recorreu-se ao mesmo método de optimização considerando o melhor resultado pelo menor erro relativo na obtenção das cinco primeiras frequências

naturais obtidas. Na tab.4.14 podemos observar o melhor 2º momento área obtido segundo o critério anteriormente referido e o erro referente às frequências naturais.

Tabela 4.14: Erros relativos em relação às frequências naturais obtidas para o melhor valor de I no modelo numérico que introduz as anilhas de aço.

Anilhas de Aço	Frequências Naturais [Hz]				
	1ª Freq.	2ª Freq.	3ª Freq.	4ª Freq.	5ª Freq.
Experimentação	15,000	72,500	253,125	435,000	625,000
Modelo numérico ($I_1^* = 2,3 \times 10^{-10} m^4$)	14,856	67,005	249,820	445,801	671,977
Erro relativo [%]	0,958	7,579	1,306	2,483	7,516

Na tab.4.14 observou-se que a 2ª frequência natural obtida por este critério foi elevada em relação às restantes, sabendo-se que as frequências naturais que melhor descrevem a resposta experimental são as primeiras devido à envolvimento de uma maior quantidade de energia na sua ação, decidiu-se alterar o critério perante esta situação e recolher os resultados para outros dois critérios baseados respectivamente nas melhores duas e três frequências naturais obtidas.

Tabela 4.15: Erros relativos em relação às frequências naturais obtidas para o melhor valor de I no modelo numérico que introduz as anilhas de aço - Critério das duas e das três melhores frequências naturais.

Anilhas de Aço Critério	Erro relativo [%]				
	1ª Freq.	2ª Freq.	3ª Freq.	4ª Freq.	5ª Freq.
Melhores 2 Freq. ($I_2^* = 1,4 \times 10^{-9} m^4$)	0,985	0,224	1,276	9,933	21,188
Melhores 3 Freq. ($I_3^* = 8,6 \times 10^{-10} m^4$)	0,741	0,878	0,907	8,838	19,241

Como esperado dos três critérios utilizados, o critério que apresentou melhores resultados foi o 2º critério, que considerou as duas melhores frequências naturais obtidas. Consultando as tab.4.14 e 4.15, os valores obtidos I_1^* e I_3^* apresentam valores distantes de $I_{Viga}^* = 1,3 \times 10^{-9} m^4$ em relação a I_2^* . A descida de $I_{Bloco}^* = 4,1845 \times 10^{-9} m^4$ para um I^* próximo de I_{Viga}^* é justificável pela desunião que as anilhas proporcionam na ligação entre o bloco e a viga, tendo o efeito de colocar o bloco com um comportamento dinâmico próprio independente da viga, existindo a possibilidade do bloco entrar em anti-fase com a viga. Na situação em que se adiciona anilhas não se pode assumir que a estrutura foi rigidificada, pois a sua inércia é máxima quando o bloco está em fase com a viga e por consequente

a existência de dificuldade em estimar o valor óptimo de I e a importância de recorrer a vários critérios de avaliação.

ANILHAS DE NYLON

Neste ensaio introduziu-se duas anilhas de nylon entre o bloco e a viga (ensaio 5), recorrendo aos critérios referidos no ensaio 4, obteve-se os resultados apresentados a tab.4.16.

Tabela 4.16: Erros relativos em relação às frequências naturais obtidas para o melhor valor de I no modelo numérico que introduz as anilhas de aço - Utilização dos três critérios.

Anilhas de Nylon Critério	Erro relativo [%]				
	1ª Freq.	2ª Freq.	3ª Freq.	4ª Freq.	5ª Freq.
Máximo Erro ($I_1^* = 9,0 \times 10^{-4} m^4$)	1,343	2,960	9,696	10,139	7,915
Melhores 2 Freq. ($I_2^* = 1,4 \times 10^{-9} m^4$)	0,985	1,096	10,248	11,648	10,364
Melhores 3 Freq. ($I_3^* = 2,7 \times 10^{-4} m^4$)	1,388	2,967	9,696	10,139	7,915

O resultado apresentado na tab.4.16 foi expectável, sendo o 2º Critério o que apresenta valores mais fidedignos.

ANILHAS DE AÇO E NYLON

Tabela 4.17: Erros relativos em relação às frequências naturais obtidas para o melhor valor de I no modelo numérico que introduz as anilhas de aço e nylon - Utilização dos três critérios.

Anilhas de Aço e Nylon Critério	Erro relativo [%]				
	1ª Freq.	2ª Freq.	3ª Freq.	4ª Freq.	5ª Freq.
Máximo Erro ($I_1^* = 7,1 \times 10^{-11} m^4$)	5.777	19.834	0.677	19.742	2.219
Melhores 2 Freq. ($I_2^* = 1,4 \times 10^{-9} m^4$)	0,985	1,096	6,537	46,577	36,166
Melhores 3 Freq. ($I_2^* = 3,1 \times 10^{-11} m^4$)	0,367	4,598	4,566	39,315	25,038

Na tab.4.17 ao obter-se pelo 2º e 3º critério os valores da 4ª e 5ª frequência natural muito distantes dos desejados, com a utilização da técnica de correlação MAC provou-se que o 4º e 5º modo de vibração obtido experimentalmente correspondem ao 5º e 6º modo numérico. Sendo assim possível obter os resultados apresentados na tab.4.20.

Tabela 4.18: Erros relativos em relação às frequências naturais obtidas para o melhor valor de I no modelo numérico que introduz as anilhas de aço e nylon - Utilização dos três critérios para os modos de vibração que se correspondem.

Anilhas de Aço e Nylon Critério	Erro relativo [%]				
	1ª Freq.	2ª Freq.	3ª Freq.	4ª Freq.	5ª Freq.
Máximo Erro ($I_1^* = 1,7 \times 10^{-4} m^4$)	1,387	2,967	7,193	12,562	8,659
Melhores 2 Freq. ($I_2^* = 1,4 \times 10^{-9} m^4$)	0,985	1,096	6,537	14,030	11,087
Melhores 3 Freq. ($I_2^* = 3,1 \times 10^{-11} m^4$)	0,367	4,598	4,566	18,289	18,354

Verificou-se novamente na tab.4.20 que o melhor resultado foi I_2^* com a utilização do 2º critério.

ANILHAS DE NYLON E AÇO

Tabela 4.19: Erros relativos em relação às frequências naturais obtidas para o melhor valor de I no modelo numérico que introduz as anilhas de nylon e aço - Utilização dos três critérios.

Anilhas de Nylon e Aço	Erro relativo [%]				
	1ª Freq.	2ª Freq.	3ª Freq.	4ª Freq.	5ª Freq.
Máximo Erro ($I_1^* = 6,1 \times 10^{-11} m^4$)	6,841	21,939	0,907	21,859	3,633
Melhores 2 Freq. ($I_2^* = 1,4 \times 10^{-9} m^4$)	0,985	1,096	9,087	53,333	38,343
Melhores 3 Freq. ($I_3^* = 2,4 \times 10^{-10} m^4$)	0,863	6,437	6,425	43,374	23,402

Tal como no modelo anterior, na tab.4.19 ao obter-se pelo 2º e 3º critério os valores da 4ª e 5ª frequência natural muito distantes dos desejados, com a utilização da técnica de correlação MAC provou-se que o 4º e 5º modo de vibração obtido experimentalmente correspondem ao 5º e 6º modo numérico. Na tab.4.20 são apresentados os novos resultados obtidos .

Tabela 4.20: Erros relativos em relação às frequências naturais obtidas para o melhor valor de I no modelo numérico que introduz as anilhas de nylon e aço - Utilização dos três critérios para os modos de vibração que se correspondem.

Anilhas de Aço e Nylon	Erro relativo [%]				
	1ª Freq.	2ª Freq.	3ª Freq.	4ª Freq.	5ª Freq.
Máximo Erro ($I_1^* = 1,7 \times 10^{-4} m^4$)	1,387	2,967	9,759	11,164	8,322
Melhores 2 Freq. ($I_2^* = 1,4 \times 10^{-9} m^4$)	0,985	1,096	9,087	12,656	10,760
Melhores 3 Freq. ($I_2^* = 2,4 \times 10^{-10} m^4$)	0,863	6,437	6,425	18,329	20,3973

Confirmou-se assim a redução de rigidez com a introdução de quaisquer anilhas, sendo este fenómeno justificado pela separação que as anilhas provocam na ligação entre o cubo e a viga, como se desenvolvesse uma articulação que coloca o bloco em anti-fase como a viga, ou seja, há uma forte possibilidade de o bloco por vezes não acompanhar o comportamento dinâmico da viga, assumindo um comportamento dinâmico independente.

4.2 Sinopse

Com o intuito de elaborar modelos numéricos que simulem o comportamento dinâmico dos ensaios experimentais, neste capítulo tornou-se possível mostrar a relevância de estimar as propriedades dos ensaios com base nos resultados obtidos experimentalmente. Este capítulo foi inspirado no artigo de Walter D'Ambrogio e Aldo Sestieri [26] e no artigo de Güvenç Canbaloglu e H. Nevzat Özgüven [27].

CAPÍTULO 5

Conclusões e Trabalhos Futuros

5.1	Conclusões	107
5.2	Trabalhos Futuros	109

Neste último capítulo serão retiradas conclusões face aos resultados obtidos ao longo desta dissertação e também serão apresentados possíveis trabalhos futuros na área.

5.1 Conclusões

No desenvolvimento desta dissertação, tal como pretendido, realizou-se um estudo experimental recorrendo à análise modal. Emparelhou-se a experimentação a uma vertente computacional baseada em conceitos teóricos que trataram eficientemente os dados experimentais e simularam-se os ensaios experimentais. Ao simular estes ensaios tornou-se possível estimar parâmetros fundamentais a cada modificação estrutural efectuada, estes parâmetros serviram para melhorar os modelos numéricos e obteve-se com sucesso uma resposta dos modelos numéricos muito próxima da resposta experimental.

A vertente experimental deste trabalho recorreu a material existente no laboratório e foi possível estudar as variações na resposta de uma estrutura sujeita a excitações quanto são adicionados elementos à estrutura inicial.

Ao estudar-se o comportamento dinâmico dos vários ensaios através da aquisição de FRF, identificaram-se frequências naturais e os respectivos modos de vibração, utilizaram-se técnicas de correlação que facilitaram o processo de tratamento de resultados, sendo significativas no desenvolvimento de novos modelos numéricos.

Considerou-se como estrutura inicial uma viga, realizou-se o ensaio na condição livre-livre com o objetivo de estudar a estrutura com o mínimo de restrições ao seu comportamento dinâmico, desta forma foi possível estimar as propriedades do encastramento, assumindo a existência de molas lineares

e torcionais em cada nó dos elementos finitos correspondentes ao encastramento, mostrando a relevância do emparelhamento realizado entre a vertente experimental e numérica ao invés de considerar o encastramento puro. O ensaio experimental na condição livre-livre tornou possível corrigir inicialmente o modelo numérico com o estudo da localização dos nodos e da sobreposição dos modos de vibração entre os dois primeiros ensaios, onde se verificou a relevância na adição 36gramas (correspondentes à massa do acelerómetro) no modelo.

Tornou-se possível desenvolver ao longo dos ensaios os algoritmos utilizados na análise modal de forma a tornarem-se genéricos para qualquer ensaio. Os modelos numéricos sofreram alterações com base na experimentação com o objetivo de atingirem uma resposta experimental que represente o comportamento dinâmico real da estrutura.

Com a utilização do método dos elementos finitos após obter os parâmetros que representam o encastramento experimental, estimaram-se as condições fronteiras referentes à zona de contacto entre a viga e os elementos que se foram adicionando ao longo do trabalho. A introdução de anilhas ao proporcionar uma redução da zona de contacto entre o bloco e a viga tornou difícil estimar o segundo momento de área onde a experimentação teve novamente uma importância relevante e permitiu estimar esse parâmetro recorrendo a técnicas de optimização simples.

A representação gráfica dos modos de vibração obtidos experimentalmente verificaram como esperado na passagem do primeiro ao quarto ensaio a supressão de vibrações com a adição de novos elementos. Nestes primeiros quatro ensaios (do ensaio da viga na condição livre-livre à introdução de anilhas entre o bloco e a estrutura) confirma-se pelas frequências naturais, um aumento da rigidez ao longo destes ensaios. Em relação à influência na escolha do material das anilhas, observou-se que a frequência fundamental (1^a) foi igual para todos os ensaios com anilhas, embora na identificação de frequências naturais na gama de intervalo entre 0 e 1Hz ocorra a ausência de uma frequência natural em relação aos ensaios que têm anilhas de aço, concluindo que não é significativo para esta situação a ordem de colocação das anilhas (aço e nylon).

Na gama de frequência estudada na experimentação, sabendo que as anilhas de nylon são mais flexíveis que as de aço, esperar-se-ia que a gama de estudo incluísse um maior número de modos de vibração em relação ao ensaio com as anilhas de aço, mas esta situação verifica-se apenas se os modos forem comparáveis. O que ocorre nesta experimentação é o aparecimento de um modo na gama em estudo que não é comparado com os outros cinco, não se relaciona com os modos de vibração que existiam sendo apresentada a semelhança entre modos de casa ensaio pela técnica de correlação MAC.

O modelo numérico para representar o ensaio do bloco sem anilhas em contacto total com a viga, obtém resultados muito próximos do ensaio experimental com um erro relativo máximo de aproximadamente 2%. Neste modelo numérico é verificado que o 2^o momento de área (I) aumenta em relação ao I inicial da viga, o que faz todo o sentido. Nos casos em que foram inseridas anilhas entre o bloco e a viga, os resultados obtidos pelo melhor critério de paragem verificaram uma redução do I para os elementos finitos que representam a ligação entre o conjunto de elementos e a viga. Esta

redução do valor de I que se encontra muito próximo do I da viga, é justificada pela separação que as anilhas provocam entre o bloco e a viga, como se o bloco adquirisse um comportamento dinâmico próprio independente da viga, existindo a possibilidade do bloco entrar em anti-fase com a viga, não podendo assumir-se que a estrutura foi rigidificada com a introdução de anilhas.

Pretendeu-se com esta dissertação apresentar e analisar detalhadamente os fenómenos ocorridos com o encastramento da viga, a adição de um bloco à estrutura e a introdução de anilhas de materiais distintos. Identificar parâmetros fundamentais na resposta dinâmica da estrutura, prever comportamentos dinâmicos e disponibilizar a colegas da faculdade e leitores desta dissertação alternativas para tornar expedito o processo de análise modal realizado em torno da experimentação, com auxílio a algoritmos propostos recorrendo a um *software* de cálculo numérico.

5.2 Trabalhos Futuros

Considerando os aspectos referidos nas conclusões, como a modelação foi referente às condições fronteira da viga, um dos trabalhos futuros propostos baseia-se na modelação dos elementos finitos da zona de contacto, com o objectivo de estimar novos parâmetros.

Poderão introduzir-se novos elementos na existência de dúvidas quando à sua influência no comportamento dinâmico da estrutura em estudo e sugere-se com a possibilidade de ocorrência de anti-fase, que se aumente a gama de frequências em estudo, de forma a confirmar os modos de vibração que se assemelham.

Outro possível trabalho poderá consistir na aquisição de FRF considerando sistemas que utilizem múltiplas entradas (vários transmissores) e múltiplas saídas (vários receptores), tais como as técnicas *Single Input Multiple Output* (SIMO), *Multiple Input Single Output* (MISO) e *Multiple Input Multiple Output* (MIMO). Como mostra o artigo [28] e o livro [10], os resultados são adquiridos com maior precisão em relação ao método SISO.

Bibliografia

- [1] Cesar Augusto Hunt. *The Benefits of Using Building Information Modeling in Structural Engineering*. All Graduate Plan B and other Reports. Paper 319, 2013.
- [2] John E. Mottershead, Maryam Ghandchi Tehrani, Danut Stancioiu, Simon James, and Hossein Shahverdi. *Structural modification of a helicopter tailcone*. Journal of Sound and Vibration 298 (2006) 366-384, 2006.
- [3] Andreas Kyprianou, John E. Mottershead, and Huajiang Ouyang. *Structural modification. Parte 2: assignment of natural frequencies and antiresonances by an added beam*. Journal of Sound and Vibration 284 (2005) 267-281, 2005.
- [4] Tiago Silva. *Development and Implementation of Model Updating Techniques in Structural Dynamics*. Universidade de Lisboa, Instituto Superior Técnico, 2015.
- [5] Kenneth A. Ramsey. *Experimental Modal Analysis, Structural Modifications and FEM Analysis on a Desktop Computer*. Sound and Vibration, 1983.
- [6] Brian J. Schwarz and Mark H. Richardson. *Structural Modifications Using Higher Order Elements*. Vibrant Technology, Inc., 1997.
- [7] Jimin He. *Structural Modification*. Faculty of Engineering and Science, Victoria University of Technology, Footscray Park, PO Box 14425, Melbourne City VIC 8001, Australia, 2001.
- [8] Maia, Silva, He, Lieven, Lin, Skingle, To, and Urgueira. *Theoretical and Experimental Modal Analysis*. Research Studies Press LTD, 1998.
- [9] Azima DLI. *The Benefits of Vibration Analysis During Equipment Commissioning*. Woburn MA USA, 2016.
- [10] Jimin He Zhi-Fang Fu. *Modal Analysis*. Butterworth-Heinemann, Linacre House, Jordan Hill, Oxford OX2 8DP, 2001.
- [11] John E. Mottershead, Andreas Kyprianou, and Huajiang Ouyang. *Structural modification. Parte 1: rotational receptances*. Journal of Sound and Vibration 284(2005) 249-265, 2006.
- [12] Y.M. Ram and John E. Mottershead. *Multiple-input active vibration control by partial pole placement using the method of receptances*. Elsevier Ltd, 2013.
- [13] Peter Avitabile. *Experimental Modal Analysis*. Sound and Vibration, 2001.
- [14] Henrik Herlufsen. *Modal Analysis using Multi-reference and Multiple-Input Multiple-Output Techniques*. Brüel & Kjær Sound & Vibration Measurement A/S, 2001.

- [15] Michael R. Hatch. *A model updating technique based on FRFs for damped structures*. Proceedings of ISMA, 2012.
- [16] Júlio Silva and Nuno Maia. *Modal Analysis and Testing-Springer Netherlands*. NATO Science Series 363, 1999.
- [17] D. J. Ewins. *Modal Testing: Theory and Practice*. Research Studies Press LTD, 1984.
- [18] R.J.V. Anil Kumar, Dr Y.Venkata Mohana Reddy, and Dr. K.Prahlada Rao. *Critical Review On Structural Dynamic Modification On Beam Structures*. International Journal of Engineering Research and Applications (IJERA) ISSN: 2248-9622 Vol. 3, Issue 3, pp 1453-1459, 2013.
- [19] Michael R. Hatch. *Vibration Simulation Using Matlab and ANSYS*. Chapman & Hall/CRC, 2001.
- [20] J. Cardoso and P. Coelho. *Métodos Computacionais em Engenharia Mecânica*. Departamento de Eng. Mecânica e industrial, FCT/UNL, 2011.
- [21] T. Apostol. *Calculus Vol 2*. Editorial Reverté, 1975.
- [22] G. Strang. *Linear Algebra and Its Applications*. Academic Press, New York, 1980.
- [23] Peter Avitabile. *Twenty Years of Structural Dynamic Modification – A Review*. Sound and Vibration, 2003.
- [24] Benjamin Crowell. *Simple Nature - Calculus-based physics textbook, Chapter 4 (4.2.5). Conservation of Angular Momentum*. http://www.lightandmatter.com/html_books/0sn/ch04/ch04.html, CC-BY-SA license, 1998.
- [25] Todd Young and Martin J. Mohlenkamp. *Introduction to Numerical Methods and Matlab Programming for Engineers*. Free Software Foundation, 2004.
- [26] Walter D'Ambrogio and Aldo Sestierib. *A unified approach to substructuring and structural modification problems*. Shock and Vibration 11 (2004) 295–309 IOS Press, 2004.
- [27] Güvenç Canbaloglu and H. Nevzat Özgüven. *Structural Modifications with Additional DOF - Applications to Real Structures*. Society for Experimental Mechanics Inc., 2009.
- [28] E. Ghayoula, A. Bouallegue, R. Ghayoula, and J-Y.Chouinard. *Capacity and Performance of MIMO systems for Wireless Communications*. Journal of Engineering Science and Technology Review 7 (3) (2014) 108 – 111, 2014.